



ISTITUTO NAZIONALE PER LA VALUTAZIONE  
DEL SISTEMA EDUCATIVO DI ISTRUZIONE E DI FORMAZIONE

**Servizio Nazionale di Valutazione**

**GUIDA ALLA LETTURA  
PROVA DI MATEMATICA**

**Classe quinta – Scuola primaria**

**Anno scolastico 2023/2024**



## Principali caratteristiche della Prova del Grado 5

**Tab.1 Distribuzione dei quesiti secondo gli AMBITI**

Ambito	Numero di domande	Numero di Item <sup>1</sup>
<b>Numeri</b>	13	14
<b>Spazio e figure</b>	9	9
<b>Dati e previsioni</b>	6	10
<b>Relazioni e funzioni</b>	6	7
<b>TOTALE</b>	<b>34</b>	<b>40</b>

**Tab.2 Distribuzione degli item secondo le DIMENSIONI**

Dimensione	Numeri	Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
	NU	SF	DP	RF	
<b>Conoscere</b>	7	8	0	1	<b>16</b>
<b>Risolvere problemi</b>	5	0	9	4	<b>18</b>
<b>Argomentare</b>	2	1	1	2	<b>6</b>
<b>TOTALE</b>	<b>14</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>40</b>

**Tab. 3 Suddivisione degli item in relazione ad ambiti e traguardi delle Indicazioni nazionali**

TRAGUARDI	AMBITI				TOT
	NU	SF	DP	RF	
TP1. L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	3	0	0	0	<b>3</b>
TP2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	0	4	0	0	<b>4</b>
TP3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	0	4	0	0	<b>4</b>
TP4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	0	0	0	0	<b>0</b>
TP5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	0	0	8	0	<b>8</b>
TP6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	0	0	0	0	<b>0</b>
TP7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	2	0	1	2	<b>5</b>
TP8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	5	1	1	4	<b>11</b>
TP9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	0	0	0	0	<b>0</b>
TP10. Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).	4	0	0	1	<b>5</b>
<b>TOTALE</b>	<b>14</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>40</b>

<sup>1</sup> Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tab. 4 Composizione della prova: tabella riassuntiva

DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D1	NU	TP8	Risolvere problemi	Individuare tre oggetti i cui costi sommati soddisfano dati vincoli
D2	NU	TP10	Conoscere	Riconoscere scritte equivalenti del risultato di una moltiplicazione con un fattore decimale
D3	SF	TP2	Conoscere	Riconoscere due figure simmetriche rispetto a una data retta
D4	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni sulla scansione temporale di un evento da dati rappresentati su un calendario
D5	RF	TP7	Argomentare	Determinare la parità del risultato di una moltiplicazione sulla base di vincoli assegnati
D6	NU	TP1	Conoscere	Stimare il risultato di una moltiplicazione con un fattore decimale
D7	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico a barre
D8	SF	TP2	Conoscere	Individuare le facce quadrate che compongono la superficie di una costruzione realizzata con cubi impilati
D9	NU	TP1	Conoscere	Valutare strategie di calcolo equivalenti per eseguire un'operazione data
D10	RF	TP8	Risolvere problemi	Utilizzare la relazione di proporzionalità per risolvere una situazione problematica
D11	NU	TP8	Risolvere problemi	Risolvere una situazione problematica che coinvolge l'applicazione di una percentuale
D12	DP	TP7	Argomentare	Argomentare per confrontare le probabilità di due eventi
D13	SF	TP3	Conoscere	Individuare i trapezi in una data scomposizione di un rettangolo
D14	NU	TP10	Conoscere	Ricavare informazioni da dati rappresentati su una linea del tempo
D15	RF	TP7	Argomentare	Individuare la coppia di numeri che rende vera una relazione espressa in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici
D16	SF	TP3	Conoscere	Individuare i pentagoni in un gruppo di poligoni
D17	NU	TP7	Argomentare	Interpretare il risultato di una divisione in un dato contesto
D18	DP	TP5	Risolvere problemi	Confrontare le informazioni fornite in un grafico e le informazioni fornite in una tabella
D19	SF	TP2	Conoscere	Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano che soddisfa date condizioni
D20	NU	TP7	Argomentare	Determinare un numero a partire da un testo che coinvolge aspetti logici e matematici
D21	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare la relazione tra la posizione di una figura e il numero di elementi che la compongono, in una data sequenza di figure
D22	SF	TP3	Conoscere	Confrontare perimetri e aree di quattro poligoni disegnati su una griglia isometrica
D23	NU	TP8	Risolvere problemi	Risolvere una situazione problematica che coinvolge la misura di una massa
D24	DP	TP8	Risolvere problemi	Completare un testo utilizzando i dati rappresentati in una tabella e le informazioni fornite in un dato contesto
D25	NU	TP1	Conoscere	Confrontare numeri decimali
D26	RF	TP8	Risolvere problemi	Individuare il numero che soddisfa i vincoli espressi in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici

DOM.	AMBITO	TRAGUARDO	DIMENSIONE	Scopo della domanda
D27	NU	TP8	Risolvere problemi	Riconoscere che un multiplo di 3 risolve una data situazione problematica
D28	SF	TP3	Conoscere	Individuare un'altezza di un parallelogramma
D29	NU	TP10	Conoscere	Confrontare frazioni
D30	RF	TP10	Conoscere	Individuare un valore percentuale rappresentato in un'immagine
D31	SF	TP2	Conoscere	Riconoscere le facce di un solido mostrato da tre punti di vista
D32	NU	TP8	Risolvere problemi	Confrontare misure del tempo per risolvere una situazione problematica
D33	SF	TP8	Risolvere problemi	Interpretare una rotazione in un dato contesto
D34	DP	TP5	Risolvere problemi	Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico

Nella prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, sono presenti quattro domande in continuità con le domande D4, D20, D21 e D30 della prova del grado 5.

In questa guida sono state inserite alcune scansioni da protocolli originali che provengono dai fascicoli della prova nazionale (maggio 2024).

Tali scansioni hanno lo scopo di fornire esempi di strategie di ragionamento o di difficoltà e arricchire i commenti.

L'ordine delle domande presentate e quello delle opzioni di risposta nei quesiti a scelta multipla sono relativi al Fascicolo 1.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D1. Luca ha comprato 3 diverse merende scegliendole fra queste.</p> <p>Luca ha pagato con una banconota da 5 euro e ha ricevuto 50 centesimi di resto. Che cosa ha comprato Luca?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> </p> <p>B. <input type="checkbox"/> </p> <p>C. <input type="checkbox"/> </p> <p>D. <input type="checkbox"/> </p>		<p><b>NUMERI</b></p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p><b>Risolvere problemi</b></p> <p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Individuare tre oggetti i cui costi sommati soddisfano dati vincoli</p>					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
C	Item	Mancante	A	B	C	D	
	D1	1%	9,4%	13,8%	64,2%	11,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare, mediante le informazioni fornite per via grafica e testuale, le tre merende che possono essere comprate con una spesa da ricavare nel contesto. Per rispondere alla domanda, è necessario ricavare la spesa totale dalle informazioni fornite nel testo e mettere in relazione tale spesa con i costi delle merende mostrati nell'immagine. Le opzioni di risposta corrispondono a tutte le possibili combinazioni di <i>tre diverse merende</i> tra le quattro disponibili. Strategie di ragionamento efficaci possono procedere: per esclusione, vagliando le varie combinazioni ed escludendo quelle che non conducono a una spesa pari a quella sostenuta; oppure, per via diretta, ricercando tra i singoli costi delle merende i tre la cui somma risulta proprio uguale alla spesa sostenuta. Esempi di tali strategie sono mostrate qui sotto, rispettivamente a sinistra e a destra.</p>							

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D2. Considera il risultato dell'operazione <math>5 \times 0,5</math>. Una sola delle seguenti affermazioni è falsa. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Il risultato è la metà di 5</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Il risultato è maggiore di 5</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il risultato è uguale a 2,5</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Il risultato è uguale a <math>\frac{25}{10}</math></p>		<b>NUMERI</b>					
		<b>DIMENSIONE</b>					
		<b>Conoscere</b>					
		<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>					
		<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</i></p>					
		<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>					
		Riconoscere scritture equivalenti del risultato di una moltiplicazione con un fattore decimale					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
<b>B</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	
	<b>D2</b>	1,5%	15,0%	<b>47,6%</b>	24,2%	11,6%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di individuare l'unica affermazione <i>falsa</i>, tra quattro affermazioni che riguardano tutte il risultato di una moltiplicazione di un numero naturale per <math>0,5</math>.</p> <p>Le opzioni di risposta A, C e D considerano scritture equivalenti del risultato della moltiplicazione, che può essere trattato indifferentemente come <i>la metà di 5</i>, come un numero decimale (<math>2,5</math>) o come una frazione decimale (<math>25/10</math>).</p> <p>L'affermazione falsa è dunque quella dell'opzione B, tra l'altro anche l'unica in contraddizione con il fatto che <math>2,5</math>, <math>25/10</math> e <i>la metà di 5</i> siano tutti numeri <i>minori</i> di 5.</p> <p>Il protocollo che segue mostra un esempio di scelta dell'opzione di risposta corretta che si basa sul calcolo in colonna del risultato della moltiplicazione, prima della ricerca dell'affermazione non vera.</p>							
<div style="border: 1px solid gray; padding: 10px; background-color: #f0f0f0;"> <p><b>Considera il risultato dell'operazione <math>5 \times 0,5</math>.</b> <b>Una sola delle seguenti affermazioni è falsa.</b> <b>Quale?</b></p> <p>A. <input type="checkbox"/> Il risultato è la metà di 5</p> <p>B. <input checked="" type="checkbox"/> Il risultato è maggiore di 5</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il risultato è uguale a 2,5</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Il risultato è uguale a <math>\frac{25}{10}</math></p> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;"> <math display="block">\begin{array}{r} 5 \times \\ 0,5 \\ \hline 25 \\ 00 \\ \hline 25 \end{array}</math> </div> </div>							
<p>Una difficoltà tipica, rilevata da diversi protocolli, emerge in relazione alla richiesta di individuare l'affermazione falsa. In entrambi gli esempi che seguono, è infatti scelta un'affermazione vera: a sinistra, il ragionamento che supporta la scelta è centrato sul significato della moltiplicazione per <math>0,5</math> (numero tra</p>							

0 e 1), associata con il fare "LA METÀ"; a destra, invece la scelta si appoggia al calcolo del risultato in notazione decimale e ricade sull'unica affermazione che lo riguarda.

Considera il risultato dell'operazione  $5 \times 0,5$ .  
Una sola delle seguenti affermazioni è falsa.

Quale?

- A.  Il risultato è maggiore di 5  
B.  Il risultato è la metà di 5  
C.  Il risultato è uguale a  $\frac{25}{10}$   
D.  Il risultato è uguale a 2,5

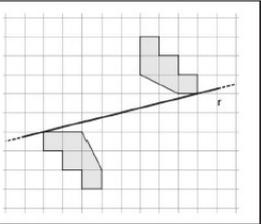
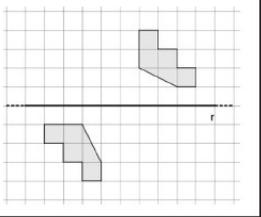
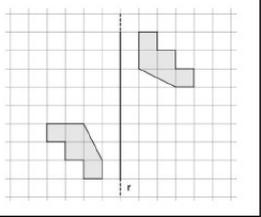
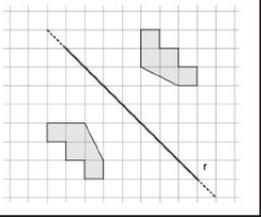
0,5  
0,5  
LA METÀ

Considera il risultato dell'operazione  $5 \times 0,5$ .  
Una sola delle seguenti affermazioni è falsa.

Quale?

- A.  Il risultato è uguale a  $\frac{25}{10}$   
B.  Il risultato è uguale a 2,5  
C.  Il risultato è maggiore di 5  
D.  Il risultato è la metà di 5

0,5 x  
5 =  
2,5

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE
<p>D3. Osserva i quattro disegni: in uno di questi le due figure sono simmetriche rispetto alla retta <math>r</math>. In quale disegno?</p>		<p><b>SPAZIO E FIGURE</b></p>
		<p><b>DIMENSIONE</b></p>
		<p><b>Conoscere</b></p>
		<p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p>
		<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p>
		<p><b>OBIETTIVO</b> <i>Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.</i></p>
		<p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b></p>
		<p>Riconoscere due figure simmetriche rispetto a una data retta</p>
<p>A. <input type="checkbox"/> Disegno 1</p> 		
<p>B. <input type="checkbox"/> Disegno 2</p> 		
<p>C. <input type="checkbox"/> Disegno 3</p> 		
<p>D. <input checked="" type="checkbox"/> Disegno 4</p> 		

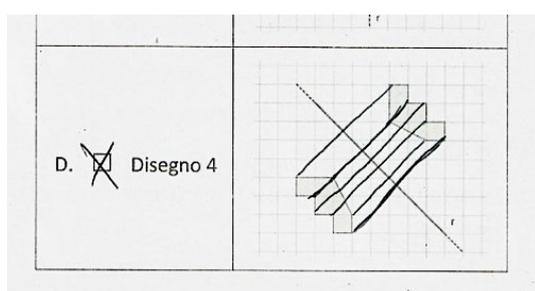
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
<b>D</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D3</b>	1,9%	12,4%	15,7%	13,1%	<b>56,8%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di riconoscere tra quattro configurazioni quella che mostra due figure simmetriche rispetto a una retta data.

Le opzioni di risposta si distinguono tra loro per la posizione della retta  $r$ , sempre diversa rispetto al riferimento fornito dalla griglia quadrettata, mentre le due figure di cui si ricerca la simmetria sono nella stessa posizione in ciascuna configurazione.

Per scegliere il *Disegno 4*, è dunque necessario focalizzarsi sulle posizioni reciproche delle due figure rispetto alla retta e ricercare quale configurazione soddisfa le proprietà di simmetria assiale. Ad esempio, il protocollo qui sotto mostra segni tracciati sul disegno per unire i vertici che si corrispondono nella simmetria, come sistema di controllo della perpendicolarità tra i segmenti individuati da tali vertici e l'asse.



DOMANDA	AMBITO PREVALENTE																																																																																																																												
<p>D4. In una città, la raccolta differenziata porta a porta avviene con cadenza regolare. Il calendario mostra i giorni della raccolta differenziata. A fianco vedi la legenda.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>LUGLIO</p> <table border="1" style="font-size: 8px;"> <tr><td>1</td><td>VENERDÌ</td><td>V</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>SABATO</td><td>O</td><td>C</td></tr> <tr><td>3</td><td>DOMENICA</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>LUNEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>O</td><td>I</td></tr> <tr><td>7</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>VENERDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>SABATO</td><td>O</td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td>DOMENICA</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td>LUNEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td>MARTEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>13</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>O</td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td>VENERDÌ</td><td></td><td></td></tr> </table> </div> <div style="text-align: center;"> <table border="1" style="font-size: 8px;"> <tr><td>16</td><td>SABATO</td><td>O</td><td>C</td></tr> <tr><td>17</td><td>DOMENICA</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>LUNEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>MARTEDÌ</td><td>P</td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>O</td><td></td></tr> <tr><td>21</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>22</td><td>VENERDÌ</td><td>V</td><td></td></tr> <tr><td>23</td><td>SABATO</td><td>O</td><td></td></tr> <tr><td>24</td><td>DOMENICA</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>25</td><td>LUNEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>26</td><td>MARTEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>27</td><td>MERCOLEDÌ</td><td>O</td><td></td></tr> <tr><td>28</td><td>GIOVEDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>29</td><td>VENERDÌ</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>30</td><td>SABATO</td><td>O</td><td>C</td></tr> <tr><td>31</td><td>DOMENICA</td><td></td><td></td></tr> </table> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; font-size: 8px;"> <p>LEGENDA</p> <p><b>O</b> ORGANICO</p> <p><b>I</b> INDIFFERENZIATO</p> <p><b>V</b> VETRO</p> <p><b>P</b> PLASTICA</p> <p><b>C</b> CARTA</p> <p> SFALCI VERDI</p> <p> INGOMBRANTI</p> </div> </div>	1	VENERDÌ	V		2	SABATO	O	C	3	DOMENICA			4	LUNEDÌ			5	MARTEDÌ	P		6	MERCOLEDÌ	O	I	7	GIOVEDÌ			8	VENERDÌ			9	SABATO	O		10	DOMENICA			11	LUNEDÌ			12	MARTEDÌ			13	MERCOLEDÌ	O		14	GIOVEDÌ			15	VENERDÌ			16	SABATO	O	C	17	DOMENICA			18	LUNEDÌ			19	MARTEDÌ	P		20	MERCOLEDÌ	O		21	GIOVEDÌ			22	VENERDÌ	V		23	SABATO	O		24	DOMENICA			25	LUNEDÌ			26	MARTEDÌ			27	MERCOLEDÌ	O		28	GIOVEDÌ			29	VENERDÌ			30	SABATO	O	C	31	DOMENICA			<p><b>DATI E PREVISIONI</b></p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p><b>Risolvere problemi</b></p> <p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Ricavare informazioni sulla scansione temporale di un evento da dati rappresentati su un calendario</p>
1	VENERDÌ	V																																																																																																																											
2	SABATO	O	C																																																																																																																										
3	DOMENICA																																																																																																																												
4	LUNEDÌ																																																																																																																												
5	MARTEDÌ	P																																																																																																																											
6	MERCOLEDÌ	O	I																																																																																																																										
7	GIOVEDÌ																																																																																																																												
8	VENERDÌ																																																																																																																												
9	SABATO	O																																																																																																																											
10	DOMENICA																																																																																																																												
11	LUNEDÌ																																																																																																																												
12	MARTEDÌ																																																																																																																												
13	MERCOLEDÌ	O																																																																																																																											
14	GIOVEDÌ																																																																																																																												
15	VENERDÌ																																																																																																																												
16	SABATO	O	C																																																																																																																										
17	DOMENICA																																																																																																																												
18	LUNEDÌ																																																																																																																												
19	MARTEDÌ	P																																																																																																																											
20	MERCOLEDÌ	O																																																																																																																											
21	GIOVEDÌ																																																																																																																												
22	VENERDÌ	V																																																																																																																											
23	SABATO	O																																																																																																																											
24	DOMENICA																																																																																																																												
25	LUNEDÌ																																																																																																																												
26	MARTEDÌ																																																																																																																												
27	MERCOLEDÌ	O																																																																																																																											
28	GIOVEDÌ																																																																																																																												
29	VENERDÌ																																																																																																																												
30	SABATO	O	C																																																																																																																										
31	DOMENICA																																																																																																																												
<p>a. In quali giorni della settimana è raccolto l'organico? Risposta: il ..... e il .....</p> <p>b. Ogni quante settimane è raccolta la carta?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Ogni settimana</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Ogni due settimane</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Ogni tre settimane</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Ogni quattro settimane</p> <p>c. Quando saranno raccolti gli sfalci verdi per la prima volta ad agosto? Risposta: ..... agosto</p>																																																																																																																													

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE						
<p><b>a. mercoledì – sabato</b> (in qualunque ordine siano inseriti)</p> <p><b>b. B</b></p> <p><b>c. 4</b></p>	Item	Mancante	Errata		Corretta		
		<b>D4a</b>	1,5%	4,5%		<b>94,1%</b>	
	Item	Mancante	A	B	C	D	
		<b>D4b</b>	0,8%	14,4%	<b>60,6%</b>	19,7%	4,5%
	Item	Mancante	Errata		Corretta		
	<b>D4c</b>	5,4%	42,5%		<b>52,2%</b>		

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare, nel calendario del mese di luglio, delle informazioni sulla raccolta differenziata in una città, facendo uso della *legenda* allegata.

L'item (a) richiede di discernere i due giorni della settimana in cui avviene la raccolta dell'*organico*, cogliendo dalla legenda che si tratta dei giorni in cui compare la lettera *O* nel calendario.

L'item (b) si focalizza sulla cadenza con cui avviene la raccolta della *carta*, presentando tra le opzioni di risposta le possibilità nell'arco del mese. Per rispondere, occorre cogliere la regolarità con cui compare la lettera *C* sul calendario: è possibile notare che compare a sabati alterni, ovvero il 2, il 16 e il 30 luglio, cioè *ogni due settimane*.

Infine, l'item (c) richiede uno sforzo immaginativo nell'estendere il calendario (e la raccolta differenziata) al mese successivo, per determinare *quando saranno raccolti gli sfalci verdi per la prima volta ad agosto*. I protocolli sotto mostrano due approcci utilizzati per la sua risoluzione.

11	LUNEDÌ	
12	MARTEDÌ	
13	MERCOLEDÌ	O
14	GIOVEDÌ	
15	VENERDÌ	

26	MARTEDÌ	
27	MERCOLEDÌ	O
28	GIOVEDÌ	
29	VENERDÌ	
30	SABATO	O C
31	DOMENICA	

1/ LUN

2/ MAR

3/ MER

4/ 10 - 0

5/ VEN

**quando saranno raccolti gli sfalci verdi per la prima**

**risposta: .....4..... agosto → ogni 7 giorni**

Da un lato (a sinistra), a fianco della coda del mese di luglio, sono indicati i successivi cinque giorni, i primi di agosto, numerati da 1 a 5 e associati ai giorni corrispondenti della settimana (“LUN”, “MAR”, “MER”, “GIO”, “VEN”). Accanto al giovedì è inoltre aggiunto il disegno di una foglia che indica proprio la raccolta degli sfalci (come nella legenda).

Dall’altro lato (a destra), la regolarità “OGNI 7 GIORNI” con cui avviene la raccolta degli sfalci a luglio è esplicitata per iscritto e svela il ragionamento seguito, per cui il primo giovedì del mese di agosto è proprio il 4 agosto.

*Nota.* Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D1).

<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D5. In questa moltiplicazione, ogni macchia nasconde un numero.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>La macchia grigia nasconde un numero pari. Il numero nascosto dalla macchia nera</p> <p>A. <input type="checkbox"/> è sicuramente pari B. <input type="checkbox"/> è sicuramente dispari C. <input type="checkbox"/> non si può sapere se è pari o dispari D. <input type="checkbox"/> può essere 7</p>	<b>RELAZIONI E FUNZIONI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Argomentare</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<b>TRAGUARDO</b>
	<p>Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</p>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	<p>Determinare la parità del risultato di una moltiplicazione sulla base di vincoli assegnati</p>

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>A</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	D5	1%	53,8%	10,4%	29,0%	5,8%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare la parità o disparità del risultato di una moltiplicazione in cui uno dei fattori è noto, ed è dispari, e dell'altro si sa solo che è *pari*. Il fattore non noto e il risultato della moltiplicazione sono nascosti rispettivamente da una *macchia grigia* e da una *macchia nera* (come espresso nel testo). Per rispondere occorre utilizzare le informazioni fornite sui due fattori e la proprietà secondo cui il prodotto di un numero dispari e di un numero pari è un numero pari. L'opzione di risposta B rileva l'unica altra possibilità per il prodotto di due numeri naturali relativa alla parità/disparità. L'opzione di risposta C contempla che non vi sia la possibilità di determinare la parità del risultato con le informazioni fornite. Infine, l'opzione di risposta D si riferisce alla possibilità che la moltiplicazione possa essere  $7 \times 1 = 7$  (contraddicendo la parità del secondo fattore). Una strategia di ragionamento efficace risiede nel prendere in considerazione dei casi particolari per la generalizzazione della proprietà suddetta (come nel protocollo qui sotto, a sinistra).

**Il numero nascosto dalla macchia nera**

A.  è sicuramente dispari  
B.  è sicuramente pari  
C.  può essere 7  
D.  non si può sapere se è pari o dispari

*7 x 2 = 14*  
*7 x 3 = 21*  
*7 x 4 = 28*  
*7 x 6 = 42*  
*7 x 8 = 56*  
*7 x 10 = 70*

*FALSO 14*  
*IL RISULTATO DI N. PARI MOLTIPL. X 7 È PARI*

**La macchia grigia nasconde un numero pari.**  
**Il numero nascosto dalla macchia nera**

*SÌ SCELGO QUESTA* → NO.  è sicuramente pari  
B.  è sicuramente dispari  
NO.  non si può sapere se è pari o dispari  
D.  può essere 7

*7 x PARI = PARI*  
*MA*  
*ES. 7 x 0 = 0 PARI*  
*PARI PER FORZA*  
*7 x 1 = 7*  
*- DISPARI*

Un'altra strategia consiste nel prendere in esame le diverse alternative di risposta e procedere per esclusione (protocollo a destra). Qui, un segno di cancellazione sul numero 1 nella moltiplicazione " $7 \times 1 = 7$ " (scritta in basso) e l'esplicitazione che 1 è "*DISPARI*" mentre il secondo fattore deve essere "*PARI PER FORZA*" mostrano l'esclusione dell'opzione *può essere 7*. Alla fine, è scelta l'opzione *è sicuramente pari* ("*SÌ SCELGO QUESTA*"), supportata dall'esplicitazione della proprietà " $7 \times \text{PARI} = \text{PARI}$ ", ulteriormente rafforzata dall'esempio " $7 \times 0 = 0$ ".

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D6. Il serbatoio di un autobus ha una capacità di 500 litri di benzina.</p>  <p>Il serbatoio è vuoto. Quanto si deve spendere per riempire tutto il serbatoio?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Circa 500 euro B. <input type="checkbox"/> Circa 700 euro C. <input type="checkbox"/> Circa 800 euro D. <input type="checkbox"/> Circa 1600 euro</p>	<p><b>NUMERI</b></p> <p><b>DIMENSIONE</b> Conoscere</p> <p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b> <b>TRAGUARDO</b> L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice. <b>OBIETTIVO</b> Stimare il risultato di una operazione.</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Stimare il risultato di una moltiplicazione con un fattore decimale</p>

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>C</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D6</b>	1,5%	14,1%	13,5%	<b>55,5%</b>	15,3%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di stimare la spesa in euro per riempire interamente di benzina il serbatoio di un autobus, conoscendo la capacità di quest'ultimo e il costo della benzina al litro. Per rispondere è necessario operare con la moltiplicazione tra un numero intero (500) e un numero decimale (1,650) e saper valutare a quale numero "si avvicina di più" il risultato. Ciò può avvenire con il calcolo in colonna del prodotto dei due numeri, oppure con il calcolo del prodotto di 1,650 per 5 (per poi valutare il valore ottenuto), come mostrano i due esempi che seguono.

Il serbatoio di un autobus ha una capacità di 500 litri di benzina.



Il serbatoio è vuoto.

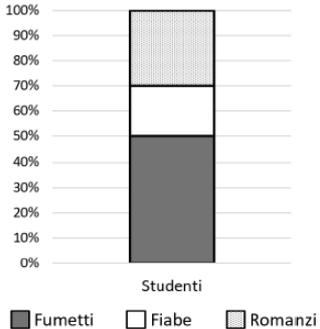
$$\begin{array}{r}
 \phantom{0}^{\text{13}} \phantom{00}^{\text{12}} \\
 1,65 \times \\
 500 \phantom{00} = \\
 \hline
 0004 \\
 0000+ \\
 82500 = \\
 \hline
 825,00
 \end{array}$$


Il serbatoio è vuoto.  
Quanto si deve spendere per riempire tutto il serbatoio?

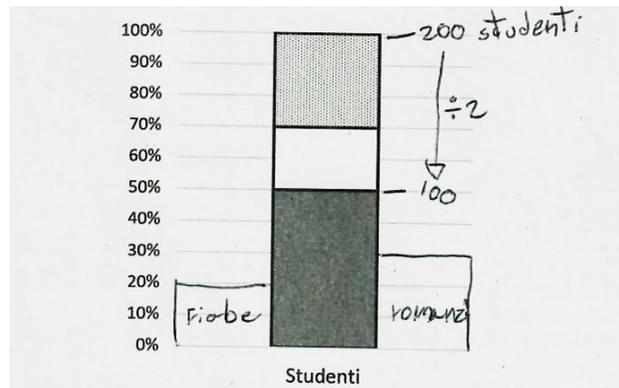
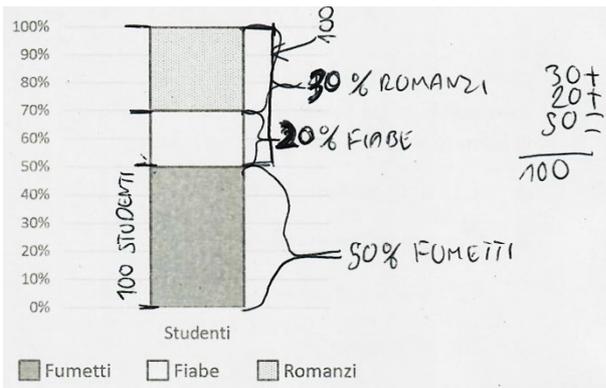
A.  Circa 800 euro

$$\begin{array}{r}
 1,650 \times \\
 5 = \\
 \hline
 8,250
 \end{array}$$

Le opzioni di risposta A e D fanno riferimento per la stima a uno dei due dati numerici presenti nello stimolo, rispettivamente 500 (nel testo, la capacità del serbatoio; ovvero litri anziché euro) e 1,650 (nell'immagine, il prezzo al litro; questo numero restituisce un valore vicino a 1600, se moltiplicato per 1000 anziché per 500 (il primo passo di una strategia di calcolo che preveda poi di dividere per 2). L'opzione di risposta B rileva la moltiplicazione di 1,5 (abbastanza vicino a 1,650 ma di più facile gestione) e 500 che restituisce 750, poi stimato a 700.

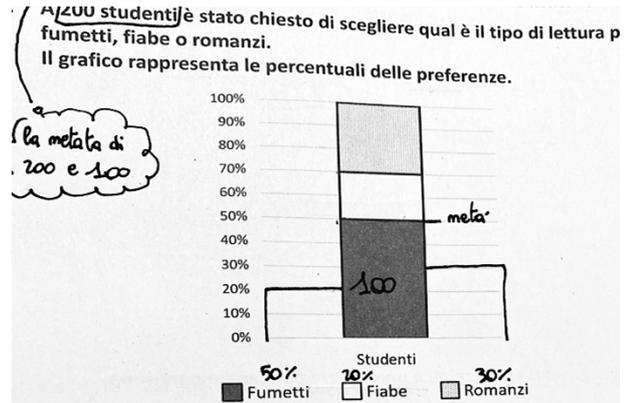
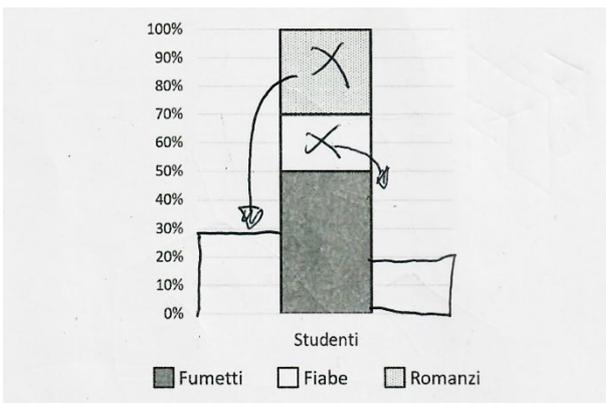
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																									
<p>D7. A 200 studenti è stato chiesto di scegliere qual è il tipo di lettura preferito tra fumetti, fiabe o romanzi. Il grafico rappresenta le percentuali delle preferenze.</p>  <p> <input type="checkbox"/> Fumetti    <input type="checkbox"/> Fiabe    <input type="checkbox"/> Romanzi         </p> <p>a. Quanti studenti preferiscono i fumetti?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 50 studenti</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 70 studenti</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 100 studenti</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 200 studenti</p> <p>b. Per ognuna delle seguenti affermazioni indica se è vera (V) o falsa (F).</p> <table border="1" data-bbox="226 1048 896 1317"> <thead> <tr> <th></th> <th></th> <th>V</th> <th>F</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1.</td> <td>Il 70% degli studenti preferisce le fiabe</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>2.</td> <td>Gli studenti che preferiscono i fumetti sono il triplo di quelli che preferiscono le fiabe</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>3.</td> <td>Metà degli studenti preferisce le fiabe oppure i romanzi</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>4.</td> <td>Meno del 40% degli studenti preferisce i romanzi</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>				V	F	1.	Il 70% degli studenti preferisce le fiabe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2.	Gli studenti che preferiscono i fumetti sono il triplo di quelli che preferiscono le fiabe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	3.	Metà degli studenti preferisce le fiabe oppure i romanzi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	4.	Meno del 40% degli studenti preferisce i romanzi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p><b>DATI E PREVISIONI</b></p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p><b>Risolvere problemi</b></p> <p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p> <p><b>TRAGUARDO</b> Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b> Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico a barre</p>					
		V	F																								
1.	Il 70% degli studenti preferisce le fiabe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
2.	Gli studenti che preferiscono i fumetti sono il triplo di quelli che preferiscono le fiabe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
3.	Metà degli studenti preferisce le fiabe oppure i romanzi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
4.	Meno del 40% degli studenti preferisce i romanzi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																								
<b>RISPOSTA CORRETTA</b>		<b>RISULTATI CAMPIONE</b>																									
<p>a. C</p> <p>b. F ; F ; V ; V</p>		<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>																				
		<b>D7a</b>	0,6%	38,1%	4,9%	<b>54,1%</b>	2,3%																				
		<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>		<b>Corretta</b>																					
		<b>D7b</b>	0,7%	45,4%		<b>54,0%</b>																					
<b>COMMENTI E OSSERVAZIONI</b>																											
<p>La domanda richiede di ricavare informazioni da un grafico a barre “impilate” relativo alle preferenze di lettura di 200 studenti. Per ciascuna delle tre tipologie di lettura, nel grafico sono rappresentate le percentuali delle preferenze espresse.</p> <p>In particolare, l’item (a) chiede di individuare quanti sono gli studenti che preferiscono i fumetti. Per rispondere, occorre prima ricavare dal grafico la frequenza percentuale (l’altezza della barra scura, 50%) per poi calcolare il relativo numero di studenti (100).</p> <p>L’opzione di risposta A associa al numero di studenti richiesto il valore percentuale della barra relativa ai fumetti, l’opzione di risposta B l’altezza complessiva individuata dalle barre dei fumetti e delle fiabe. L’opzione di risposta D considera l’unico dato numerico presente nel testo: il numero totale di studenti.</p> <p>L’item (b) chiede di stabilire la verità o falsità di quattro affermazioni, che concernono le preferenze e le relazioni tra diverse preferenze di lettura. Una difficoltà qui è legata al fatto che, nella rappresentazione grafica, le percentuali di studenti sono impilate; perciò, le frequenze percentuali per le fiabe e per i romanzi devono essere ricavate per differenza (dall’altezza delle rispettive barre).</p> <p>I protocolli sotto mostrano interessanti strategie di controllo sui numeri e sulle percentuali da associare alle diverse barre, per rispondere correttamente all’item (a).</p>																											

Nel protocollo a sinistra, le tre barre sono identificate in modo distintivo dai quattro "trattini" su un lato che, a due a due, individuano l'altezza iniziale e finale di ciascuna barra. Le frequenze percentuali associate a ciascuna tipologia di lettura sono invece indicate sull'altro lato del grafico, attraverso l'ausilio di parentesi graffe. È inoltre esplicitato il numero di studenti corrispondente al "50%" di preferenze per i "FUMETTI" ("100 STUDENTI", aggiunto a fianco della barra scura) e quello corrispondente alle preferenze per le fiabe o per i romanzi ("100" collegato con una freccia alla parentesi quadra che racchiude le due barre rimanenti).



Nel protocollo a destra, le barre relative alle preferenze espresse per le fiabe o per i romanzi sono ricreate ai lati della barra originaria mentre due "trattini" identificano il numero di studenti, rispettivamente "200 studenti" e "100" (con una freccia e l'operazione "÷ 2" che indicano 100 come la metà di 200), avendo associato il 50% delle preferenze alla barra relativa ai fumetti.

Analoga modalità di controllo sulle percentuali rappresentate dalle barre relative rispettivamente alle fiabe e ai romanzi è visibile nei due esempi seguenti.



<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D8. La costruzione che vedi è formata da 8 cubetti tutti uguali. Caterina vuole ricoprire completamente la costruzione con adesivi di forma quadrata.</p>  <p>Ha già attaccato il primo adesivo sulla costruzione.</p> <p>Quanti adesivi servono in tutto a Caterina per ricoprire la costruzione?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 17</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 25</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 34</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 48</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<b>TRAGUARDO</b>
	Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.
	<b>OBIETTIVO</b>
	<i>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</i>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	Individuare le facce quadrate che compongono la superficie di una costruzione realizzata con cubi impilati

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>					
<b>C</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D8</b>	0,8%	14,2%	7,4%	<b>64,8%</b>	12,8%

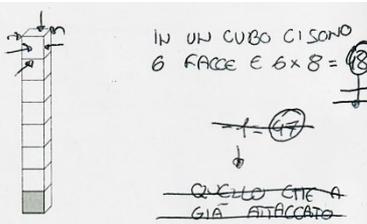
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda presenta, con un'immagine, una costruzione a forma di parallelepipedo realizzata con 8 cubetti impilati, tutti dello stesso tipo. La domanda richiede di determinare il numero delle facce dei cubetti nella costruzione che potrebbero essere ricoperte da un adesivo quadrato.

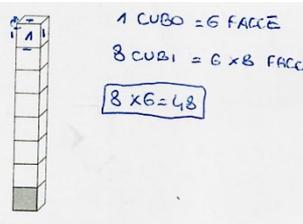
Per rispondere alla domanda, è possibile conteggiare le facce quadrate che compongono ogni faccia laterale del parallelepipedo, più le due basi. Poiché l'immagine mostra solo due facce laterali e una base, le altre tre facce devono essere immaginate.

L'opzione di risposta A identifica esattamente tutti i 17 quadrati che è possibile contare direttamente nell'immagine. L'opzione di risposta B si ferma al conteggio dei 24 quadrati su tre delle facce della costruzione più la base mostrata. L'opzione di risposta D (48) si basa sulla moltiplicazione tra il numero di cubetti, 8, e il numero delle facce di un cubetto, 6 (come mostrano i protocolli che seguono).

quadrata.

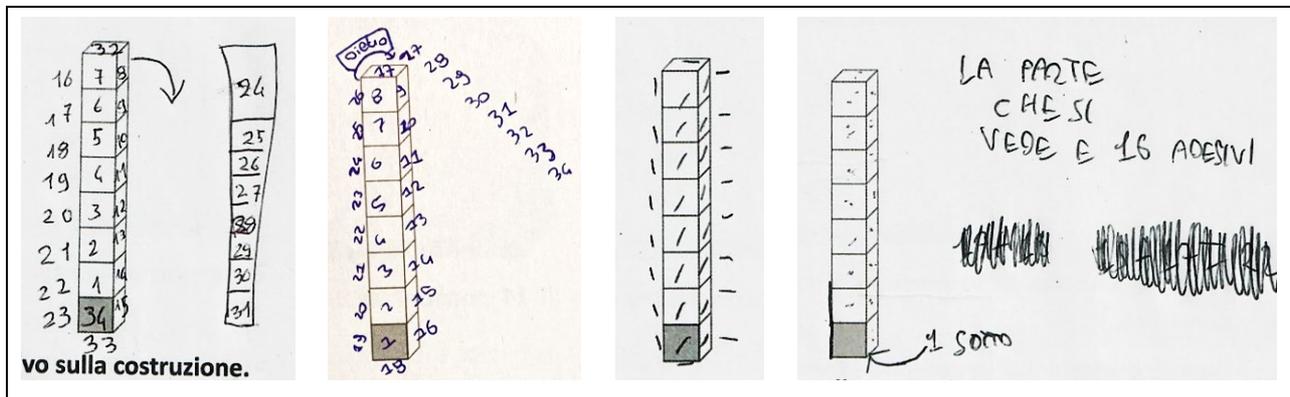


Ha già attaccato il primo adesivo sulla costruzione.



Ha già attaccato il primo adesivo sulla costruzione.

Strategie di risoluzione efficaci consistono nel contare il numero di tutti i quadrati su una sola faccia della costruzione, poi moltiplicarlo per 4 (il numero di facce laterali) e sommare 2 (il numero delle basi) al risultato, oppure nel contare il numero di tutti i quadrati mostrati nell'immagine (inclusa la base superiore) e moltiplicarlo per 2 (le facce nascoste sono, infatti, tante quante quelle mostrate; si veda l'esempio sotto più a destra). Il conteggio può avvenire anche numerando o tenendo traccia di tutti i quadrati, inclusi quelli che non sono visibili nell'immagine: gli altri esempi qui sotto mostrano proprio approcci di questo tipo, con diverse modalità per identificare i quadrati.



The image contains four hand-drawn diagrams illustrating a 3D structure, likely a tower or column, with various numbers and labels. The diagrams are arranged horizontally.

- Diagram 1 (Left):** A vertical column of 8 rectangular blocks. The left side is labeled with numbers 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23. The top block is labeled '33'. The right side of the column is labeled with numbers 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. Below the column, the text "vo sulla costruzione." is written.
- Diagram 2 (Second from Left):** A vertical column of 8 rectangular blocks. The left side is labeled with numbers 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23. The top block is labeled '33'. The right side is labeled with numbers 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. A diagonal line of numbers 29, 30, 31, 32, 33, 34 is drawn to the right of the column. A small box labeled "Dato" is at the top left.
- Diagram 3 (Third from Left):** A vertical column of 8 rectangular blocks. The left side is labeled with numbers 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23. The top block is labeled '33'. The right side is labeled with numbers 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. A diagonal line of numbers 29, 30, 31, 32, 33, 34 is drawn to the right of the column.
- Diagram 4 (Right):** A vertical column of 8 rectangular blocks. The left side is labeled with numbers 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23. The top block is labeled '33'. The right side is labeled with numbers 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31. A diagonal line of numbers 29, 30, 31, 32, 33, 34 is drawn to the right of the column. The text "LA PARTE CHE SI VEDE E 16 ADESIVI" is written above the column. Below the column, the text "1 sono" is written with an arrow pointing to the bottom block.

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D9. Immagina di eseguire questa operazione:</p> <p style="text-align: center;"><math>730 \times 50</math></p> <p>Una delle seguenti strategie di calcolo <u>non</u> è corretta. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Calcolare <math>730 \times 100</math> e poi dividere per 2 il risultato</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Calcolare <math>730 \times 5</math> e poi moltiplicare per 10 il risultato</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Calcolare <math>700 \times 50</math> e <math>30 \times 50</math> e poi sommare i due risultati</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Calcolare <math>730 \times 100</math> e poi sottrarre 50 dal risultato</p>	NUMERI
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	<p><b>TRAGUARDO</b></p> <p>L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p><b>OBIETTIVO</b></p> <p><i>Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>
SCOPO DELLA DOMANDA	
<p>Valutare strategie di calcolo equivalenti per eseguire un'operazione data</p>	

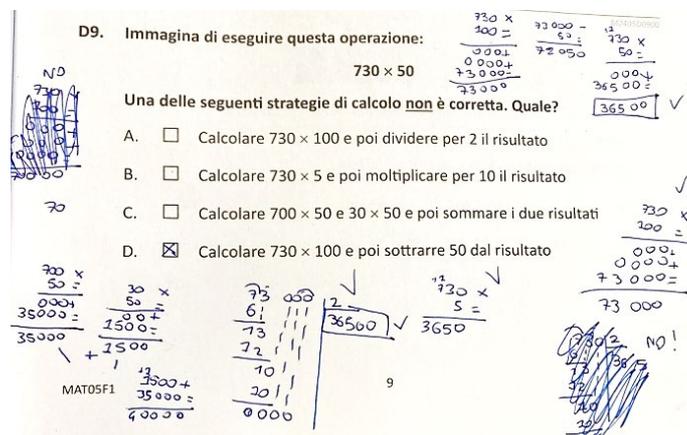
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>D</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D9</b>	1,9%	14,8%	13,1%	27,4%	<b>42,7%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare, tra diversi procedimenti per calcolare il risultato di una data moltiplicazione, quello *non* corretto.

Per scegliere l'opzione *D* si può procedere per esclusione, verificando che le strategie fornite nelle altre opzioni di risposta sono tutte tra loro equivalenti, pur focalizzandosi su procedimenti diversi per il calcolo del risultato. In particolare, l'opzione *A* considera uno dei fattori, 50, come la metà di 100 e l'opzione *B* considera lo stesso fattore come  $5 \times 10$ . L'opzione *C* utilizza invece la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma, considerando 730 come la somma di 700 e 30.

Un esempio di risoluzione per esclusione è visibile nel protocollo sotto.



Le quattro alternative sono esplorate svolgendo le varie operazioni menzionate nelle opzioni, scritte in colonna. In alto, sulla destra del protocollo, è presente il calcolo del risultato della moltiplicazione data ("**36500**" riquadrato e "*spuntato*"), rispetto al quale sono indagate le altre strategie di calcolo corrette. In

basso, invece, il calcolo di  $730 \times 100$  che restituisce  $73000$  permette di verificare che l'opzione D non è corretta.

Una difficoltà tipica è legata alla presenza della negazione nel testo che, se tralasciata, può portare alla scelta di una delle opzioni che presenta una strategia corretta.

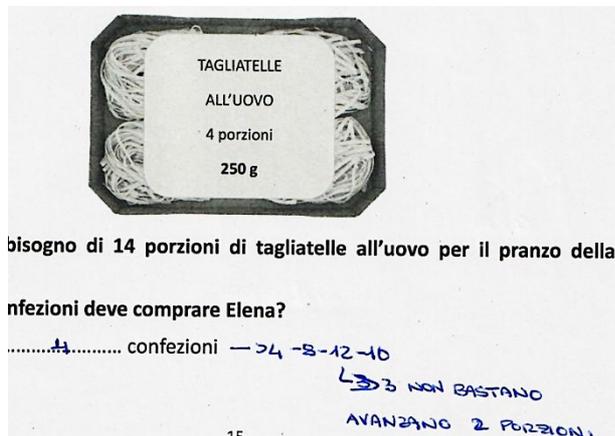
<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>			
<p>D10. Leggi l'etichetta sulla confezione.</p>  <p>Elena ha bisogno di 14 porzioni di tagliatelle all'uovo per il pranzo della domenica.</p> <p>Quante confezioni deve comprare Elena?</p> <p>Risposta: ..... confezioni</p>	<b>RELAZIONI E FUNZIONI</b>			
	<b>DIMENSIONE</b>			
	<b>Risolvere problemi</b>			
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>			
<b>TRAGUARDO</b>				
<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>				
<b>OBIETTIVO</b>				
<p>Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</p>				
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>				
<p>Utilizzare la relazione di proporzionalità per risolvere una situazione problematica</p>				

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>			
<b>4</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>
	<b>D10</b>	2,9%	40,5%	<b>56,6%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda presenta una situazione problematica in cui è richiesto di determinare il numero di confezioni (di tagliatelle all'uovo) da acquistare per ottenere complessivamente un dato numero di porzioni.

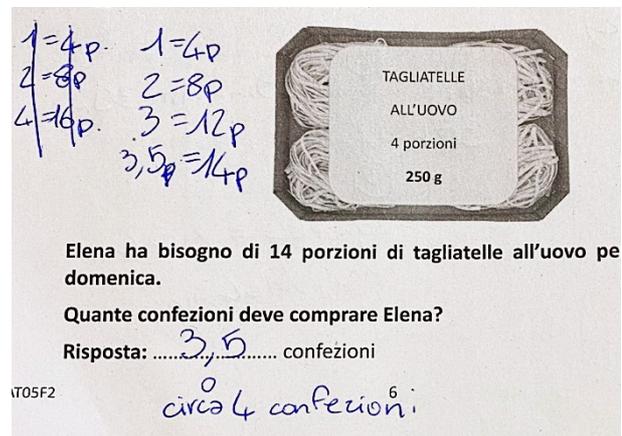
Per rispondere alla domanda occorre prima ricavare (dall'immagine) che 1 confezione contiene 4 porzioni di tagliatelle; quindi, individuare quante volte il numero di porzioni in una confezione (4) è contenuto nel numero di porzioni necessarie (14); infine, associare il risultato ottenuto al contesto per rispondere in modo adeguato, tenendo in considerazione il significato del resto, come mostrano i protocolli qui sotto.



bisogno di 14 porzioni di tagliatelle all'uovo per il pranzo della domenica. Quante confezioni deve comprare Elena?

..... 4 ..... confezioni → 4 - 8 - 12 - 16

↳ 3 NON BASTANO AVANZANO 2 PORZIONI.



Elena ha bisogno di 14 porzioni di tagliatelle all'uovo per domenica. Quante confezioni deve comprare Elena?

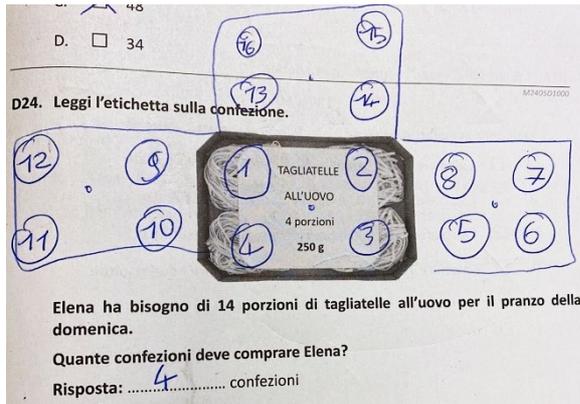
Risposta: ..... 3,5 ..... confezioni

circa 4 confezioni

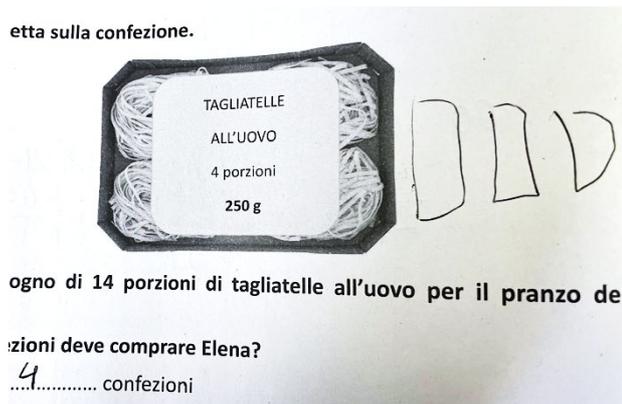
A sinistra, è esplicitato per iscritto che tre confezioni "NON BASTANO" e che con 4 "AVANZANO 2 PORZIONI". A destra, la relazione tra il numero di confezioni e il numero di porzioni è messa in luce dalle diverse uguaglianze "1 = 4p", "2 = 8p", "3 = 12p", "3,5 = 14p" scritte a fianco dell'immagine, con l'esplicitazione di "o circa 4 confezioni" nella risposta.

Strategie di ragionamento efficaci possono appoggiarsi al registro visivo, ad esempio con la riproduzione delle confezioni necessarie a raggiungere almeno il numero di porzioni richiesto. Gli esempi che seguono sono esplicativi di una tale strategia e molto diversi.

Da un lato, tre nuove confezioni sono disegnate attorno a quella data e su ciascuna confezione sono numerate successivamente le porzioni, riprodotte con un "circoletto", mentre un "puntino" tiene traccia del conteggio delle confezioni. Dall'altro lato, a destra dell'immagine è semplicemente aggiunto lo schizzo di altre tre confezioni.

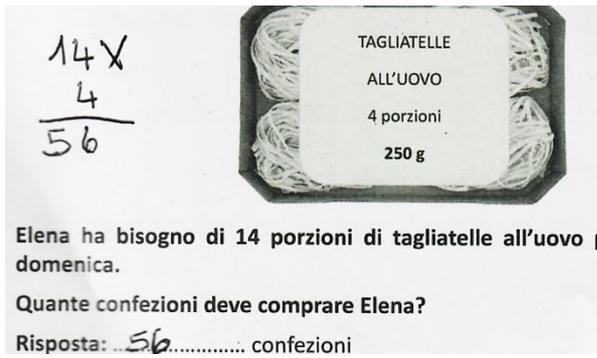
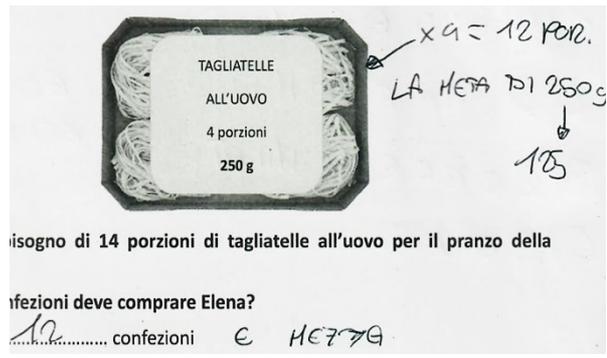


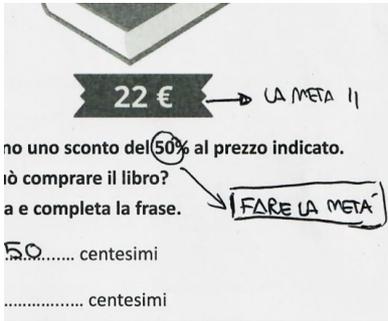
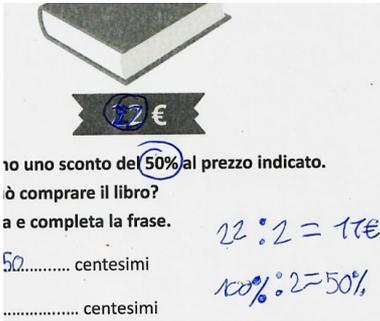
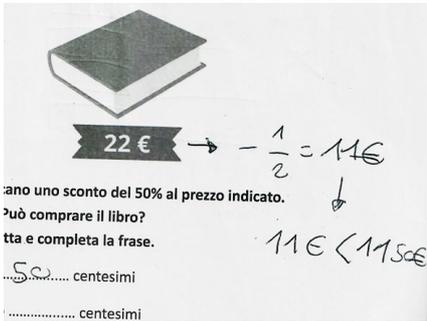
etna sulla confezione.



Difficoltà tipiche nella risoluzione si legano all'utilizzo dei dati numerici presenti nell'immagine o nel testo e alla gestione della relazione tra le variabili nel contesto, come mostrano i protocolli sotto.

La confusione tra divisione e moltiplicazione, operazioni inverse l'una dell'altra, può indurre a calcolare "14 x 4" ottenendo come risposta "56" confezioni (a sinistra). L'interferenza tra numero di confezioni e numero di porzioni, è invece alla base del ragionamento mostrato nel protocollo a destra.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE			
<p>D11. Alice è in libreria e vorrebbe acquistare questo libro.</p>  <p>Oggi alla cassa applicano uno sconto del 50% al prezzo indicato. Alice ha 11,50 euro. Può comprare il libro? Scegli l'opzione corretta e completa la frase.</p> <p><input type="checkbox"/> Sì e le avanzano ..... centesimi</p> <p><input type="checkbox"/> No e le mancano ..... centesimi</p>		<b>NUMERI</b>			
		<b>DIMENSIONE</b>			
		<b>Risolvere problemi</b>			
		<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>			
		<b>TRAGUARDO</b>			
		<p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p>			
		<b>OBIETTIVO</b>			
		<p>Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.</p>			
		<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>			
		<p>Risolvere una situazione problematica che coinvolge l'applicazione di una percentuale</p>			
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE			
Sì e le avanzano <b>50</b> centesimi	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>	
	<b>D11</b>	6,8%	29,1%	<b>64,1%</b>	
COMMENTI E OSSERVAZIONI					
<p>La domanda presenta una situazione problematica in cui è richiesto di determinare se un dato acquisto è possibile, mantenendo il controllo sul processo risolutivo. Le informazioni fornite sono il denaro a disposizione, il prezzo iniziale dell'oggetto che si vuole acquistare e lo sconto applicato. Per rispondere alla domanda è necessario applicare <i>lo sconto del 50%</i> al prezzo iniziale (22 €) e confrontare il prezzo così ottenuto con il denaro a disposizione (11,50 euro). Strategie di risoluzione efficaci risiedono nel trasformare lo sconto del 50% nella <i>metà</i> del prezzo iniziale prima del confronto. I protocolli qui sotto mostrano che il concetto di metà è utilizzato in modi diversi nel ragionamento: talvolta, 50% è associato a "FARE LA METÀ" (a sinistra) del prezzo originario o a dividere il prezzo per 2 ("<math>22 : 2 = 11€</math>"; al centro); talvolta, è associato alla sottrazione tra il prezzo iniziale e la sua metà ("<math>22 - \frac{1}{2} = 11€</math>"; a destra).</p>					
					
<p>Le frecce nei protocolli rivelano le associazioni attivate (come nel caso della freccia che collega 50% nel testo a "FARE LA METÀ" aggiunto sul foglio) oppure i passi della risoluzione (come nel caso della freccia che prima indica il passaggio alla metà del prezzo e poi l'ulteriore passaggio al confronto degli euro).</p>					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D12. Giulio e Claudio giocano con due dadi a sei facce non truccati.</p> <p>Decidono che:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• se la somma dei punti sui due dadi è 7 vince Claudio</li> <li>• se la somma dei punti sui due dadi è 11 vince Giulio.</li> </ul> <p>Lanciano i dadi.</p> <p>Chi ha più probabilità di vincere?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Giulio perché 11 è maggiore di 7</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Giulio perché 11 si può ottenere come 5+6 e 6+5</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Claudio perché 7 si può ottenere in più di due modi mentre 11 no</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Nessuno dei due perché 7 e 11 sono entrambi numeri dispari</p>	DATI E PREVISIONI
	DIMENSIONE
	Argomentare
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO
	<p>Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b></p> <p><i>In situazioni concrete, di una coppia di eventi intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili.</i></p>
	SCOPO DELLA DOMANDA
	Argomentare per confrontare le probabilità di due eventi

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>C</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D12</b>	1,5%	10,3%	17,9%	<b>52,8%</b>	17,5%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di confrontare la probabilità di vincita di due giocatori nel contesto del lancio di due dadi non truccati, conoscendo gli eventi corrispondenti alla vincita di ciascun giocatore. *Se la somma dei punti sui due dadi è 7, vince un giocatore (Claudio); se la somma è 11, vince l'altro (Giulio).* Per rispondere è necessario vagliare i modi in cui, lanciando i dadi, si possono ottenere 7 o 11 punti e usare i casi favorevoli per mettere a confronto le probabilità di vincita. Le opzioni di risposta presentano un vincitore (o nessun vincitore) e un'argomentazione a sostegno di tale scelta. Un elemento di difficoltà consiste qui nel discernere che le argomentazioni proposte sono tutte espresse mediante frasi vere ma non per questo giustificano correttamente la risposta. D'altra parte, la risposta che identifica il vincitore è sempre sbagliata per le opzioni A, B e D, che possono dunque essere escluse una volta confrontate le probabilità di vincita dei giocatori. Come si evince dai protocolli seguenti, fa parte del ragionamento l'elencazione dei diversi modi in cui è possibile ottenere 7 con il lancio dei dadi (4+3, 3+4, 1+6, 6+1, 2+5, 5+2) da mettere a confronto con i soli due modi che permettono di ottenere 11 (6+5, 5+6). Da qui deriva che la probabilità di vincita di Claudio è maggiore rispetto a quella di Giulio.

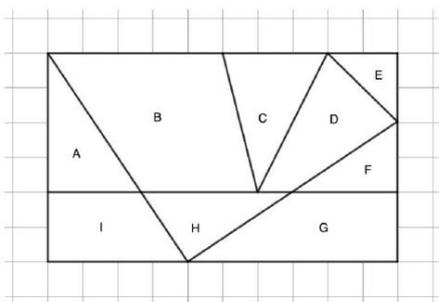
Claudio → 4+3 - 3+4 - 1+6 ...  
 e Giulio. → 5+6 - 6+5

facce non truccati.  
 4+3, 5+2, 6+1  
 7 vince Claudio  
 11 vince Giulio.  
 6+5, 5+6

non truccati.  
 ce Claudio  
 nce Giulio.

$7 = 3+4 = 4+3 =$   
 $5+2 = 2+5 = 6+1 =$   
 $1+6.$

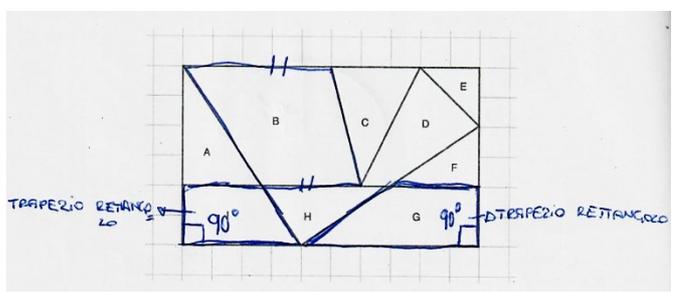
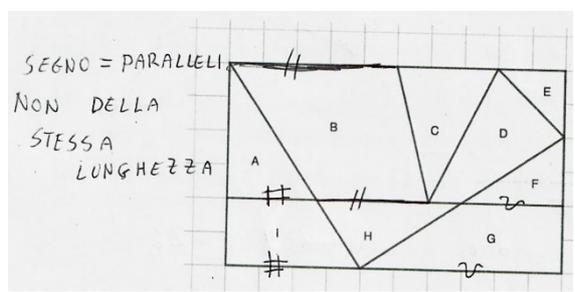
Una diversa strategia consente di escludere le opzioni A e D da subito: le argomentazioni fornite infatti non riguardano i casi favorevoli per i due eventi, ma una relazione tra i due numeri 7 e 11 (il maggiore tra i due numeri, o la disparità di entrambi). Restano poi da confrontare le opzioni rimanenti, di cui l'opzione C è la sola che presenta un'argomentazione corretta e completa.

<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D13. Un rettangolo è stato suddiviso in nove figure. Ogni figura è indicata con una lettera.</p>  <p>Tre di queste figure sono trapezi. Quali? La figura ....., la figura ..... e la figura .....</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<b>TRAGUARDO</b>
	<p>Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</p>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	Individuare i trapezi in una data scomposizione di un rettangolo

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>			
<b>B - I - G</b> (in qualunque ordine siano inserite)	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>
	<b>D13</b>	2,5%	38,1%	59,3%

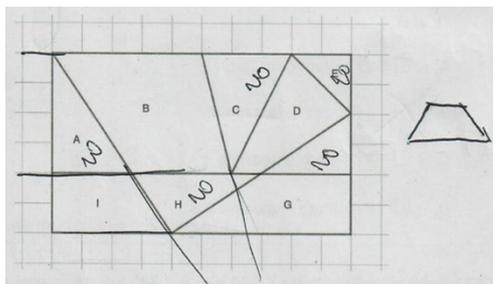
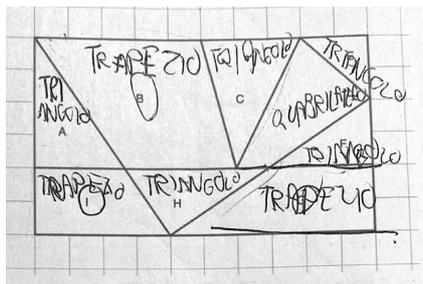
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

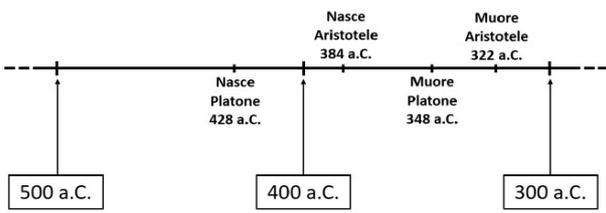
La domanda richiede di individuare, tra le *nove figure* in cui è scomposto un rettangolo, i *tre trapezi*. La risposta è considerata corretta se sono individuati tutti e tre i trapezi. I protocolli seguenti mostrano tutti modalità di soluzione che utilizzano segni o parole scritte come sistema di controllo per la classificazione delle figure (si tratta di protocolli con una risposta corretta). Nell'esempio a sinistra, sono introdotte tre coppie di segni distinti per individuare lati "PARALLELI NON DELLA STESSA LUNGHEZZA", come enfatizza il testo scritto. Nell'esempio a destra, sfruttando gli angoli retti, indicati sul foglio, sono identificati i due trapezi rettangoli (segnalati con una freccia), mentre il terzo trapezio è nuovamente identificato dalla presenza di due lati paralleli (opportunamente segnati). I lati dei tre trapezi sono anche evidenziati con la penna. In entrambi i casi, la proprietà di parallelismo dei lati opposti permette di individuare esplicitamente una figura come un trapezio.

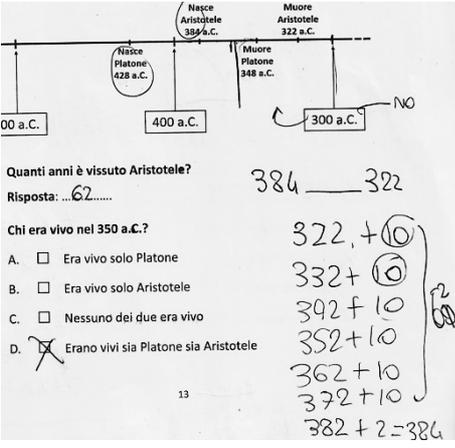


Altri esempi mostrano la necessità di classificare, denominandole, tutte le figure in cui è scomposto il rettangolo (a sinistra, dove è anche cerchiata la lettera con cui è indicata ciascuna figura individuata come trapezio), oppure la necessità di escludere le figure che in modo evidente non sono trapezi ("NO"; a destra). Nel secondo caso, è interessante osservare sul foglio, a lato, il disegno di un trapezio isoscele e l'allungamento di alcune coppie di lati opposti (della figura B): si vince questa come strategia adottata per includere o escludere le figure più difficili da classificare, perché meno somiglianti a trapezi noti (la

figura B) o più somiglianti a un trapezio isoscele (la figura D, la sola all'interno della quale non è stato scritto "NO").



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D14. Nell'antica Grecia, tra il 500 a.C. e il 300 a.C. sono nati due grandi filosofi: Platone e Aristotele. La seguente linea del tempo riporta le date di nascita e di morte di ogni filosofo.</p>  <p>a. Quanti anni è vissuto Aristotele? Risposta: .....</p> <p>b. Chi era vivo nel 350 a.C.?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Era vivo solo Aristotele</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Era vivo solo Platone</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Erano vivi sia Platone sia Aristotele</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Nessuno dei due era vivo</p>		<b>NUMERI</b>				
		<b>DIMENSIONE</b>				
		Conoscere				
		<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>				
		<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Interpretare i numeri interi negativi in contesti concreti.</i></p>				
		<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>				
		Ricavare informazioni da dati rappresentati su una linea del tempo				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
a. 62 b. C	Item	Mancante	Errata		Corretta	
	D14a	5,3%	25,7%		69,0%	
	Item	Mancante	A	B	C	D
	D14b	1,1%	31,8%	6,9%	44,1%	16,1%
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di ricavare informazioni da una linea del tempo che colloca <i>le date di nascita e di morte</i> dei filosofi <i>Platone e Aristotele</i> prima della nascita di Cristo (a.C.). L'item (a) chiede di ricavare il numero di anni in cui è vissuto Aristotele, l'item (b) di determinare chi dei due filosofi fosse vivo in uno specifico anno. Poiché l'intervallo temporale interessato è quello <i>tra il 500 a.C. e il 300 a.C.</i>, una fonte di difficoltà è legata alla crescita degli anni nell'avvicinarsi alla nascita di Cristo (anche se i valori nelle etichette decrescono) come avviene per i numeri negativi. Nel caso del primo item, questo elemento non disturba granché: la risposta si ottiene per differenza tra i valori relativi all'anno di nascita e all'anno di morte (384 e 322, ricavabili entrambi dalla linea del tempo). Nel caso del secondo item, una strategia di risoluzione efficace consiste nel posizionare l'anno 350 a.C. sulla linea del tempo, in modo da poterlo mettere in relazione con le date degli avvenimenti riportati. I protocolli sotto esemplificano sia la ricerca per differenza della risposta al primo item (calcolata da 322 avvicinandosi di 10 in 10 e infine di 2 a 384) sia la necessità di decodificare la posizione dell'anno 350 a.C. (i segni di una linea allungata verso il basso o di una tacca aggiunta con la sua etichetta sono utilizzati per collocare tale anno proprio prima di quello della morte di Platone).</p>						



**Quanti anni è vissuto Aristotele?**  
Risposta: ...62.....

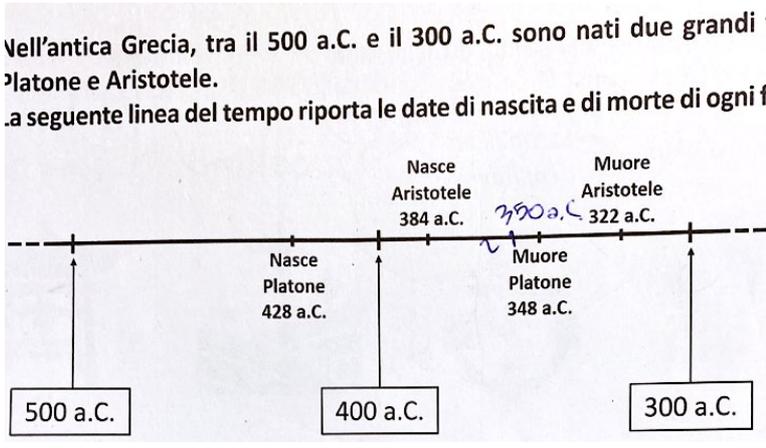
**Chi era vivo nel 350 a.C.?**

A.  Era vivo solo Platone  
 B.  Era vivo solo Aristotele  
 C.  Nessuno dei due era vivo  
 D.  Erano vivi sia Platone sia Aristotele

13

**Nell'antica Grecia, tra il 500 a.C. e il 300 a.C. sono nati due grandi filosofi: Platone e Aristotele.**

**La seguente linea del tempo riporta le date di nascita e di morte di ogni filosofo.**



Timeline labels:

- 500 a.C.
- Nasce Platone 428 a.C.
- Nasce Aristotele 384 a.C.
- Muore Platone 348 a.C.
- Muore Aristotele 322 a.C.
- 300 a.C.

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D15. La somma di due numeri è uguale al doppio di 13. I due numeri sono pari. Quali possono essere i due numeri?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 6 e 7</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 2 e 26</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 13 e 13</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 12 e 14</p>	RELAZIONI E FUNZIONI
	DIMENSIONE
	Argomentare
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	<p><b>TRAGUARDO</b> Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>
SCOPO DELLA DOMANDA	
<p>Individuare la coppia di numeri che rende vera una relazione espressa in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici</p>	

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>D</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D15</b>	2%	7,0%	15,7%	12,9%	<b>62,4%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare la coppia di numeri che possiede le due proprietà descritte nel testo. In particolare, la loro somma è *uguale al doppio di 13* e entrambi i numeri *sono pari*. Entrambe le opzioni di risposta A e B intercettano difficoltà nella comprensione del testo, focalizzandosi solo su alcune sue parti e non considerandone altre: la prima, solo su *la somma di due numeri è uguale a 13*; la seconda, solo su *due (numeri) e il doppio di 13*. L'opzione di risposta C individua una coppia di numeri (lo stesso numero) che soddisfa il primo vincolo ma non il secondo. Strategie di ragionamento efficaci che conducono all'opzione di risposta corretta includono: (i) procedere per esclusione sulle opzioni di risposta, verificando se le diverse coppie di numeri rendono vera la relazione; (ii) escludere subito le opzioni in cui compare anche un solo numero dispari (A e C) e poi verificare quale delle coppie rimaste soddisfa il primo vincolo; (iii) cercare tutte le coppie di numeri pari che rendono vera la relazione e vedere quale è presente tra le opzioni. I protocolli che seguono esemplificano il ricorso alle prime due strategie.

La somma di due numeri è uguale al doppio di 13. I due numeri possono essere i due numeri?

6 e 7 DISPARI       $13 \times 2 = 26$

2 e 26 = 26       $26 + 2 = 28$

13 e 13 DISPARI       $28 > 26$

12 e 14 PARI       $12 + 14 = 26$   
 $26 = 26 = 12 + 14$

La somma di due numeri è uguale al doppio di 13. I due numeri sono pari. Quali possono essere i due numeri?

A.  2 e 26 -

B.  6 e 7 -

C.  12 e 14

D.  13 e 13

$\downarrow$   
26  
 2 num. pari che insieme fanno 26

$\begin{matrix} 12 + \\ 14 = \\ \hline 26 \end{matrix}$

Il protocollo a sinistra mostra la necessità di identificare il doppio di 13 (" $13 \times 2 = 26$ ") per poi procedere per esclusione sulle diverse opzioni. Il protocollo è piuttosto ricco di informazioni: le coppie 6 e 7 e 13 e

13 sono escluse dal momento che presentano numeri "DISPARI" (7 e 13); 2 e 26 sono esclusi poiché " $26 + 2 = 28$ " e " $28 > 26$ ".

Il protocollo a destra mostra la necessità di tradurre il doppio di 13 in "26" e di accoppiare i due vincoli nell'unica relazione descritta a parole: "2 num. pari che insieme fanno 26". In questo caso, una freccia collega 13 a 26 (entrambi cerchiati) esplicitando il passaggio da 13 al doppio di 13, mentre la sottolineatura del secondo vincolo nel testo indica l'altra informazione importante da utilizzare. Le opzioni 2 e 26 e 6 e 7 sono escluse ed è scelta l'opzione 12 e 14, con la verifica in colonna della somma dei due numeri.

I protocolli qui sotto, invece, non mostrano calcoli a supporto del ragionamento, ma presentano tracce di strategie di controllo efficaci, che permettono di vagliare le opzioni ed escluderne sin da subito alcune.

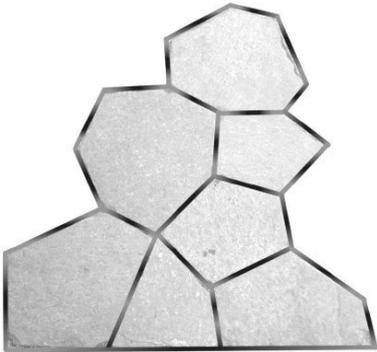
### Quali possono essere i due numeri?

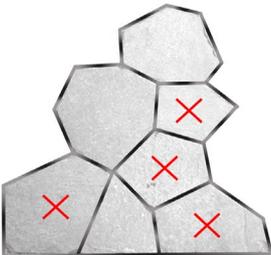
- A.  12 e 14
- B.  13 e 13  $\rightarrow$  DISPARI
- C.  2 e 26
- D.  6 e 7  $\rightarrow$  DISPARI

### Quali possono essere i due numeri?

- A.  12 e 14  $\checkmark$
- B.  6 e 7  $\times$
- C.  2 e 26  $\times$
- D.  13 e 13  $\times$

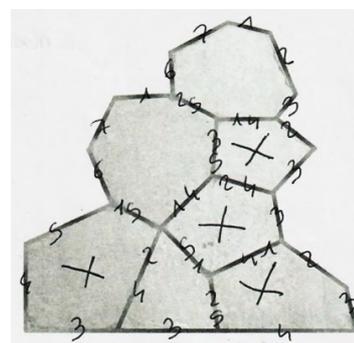
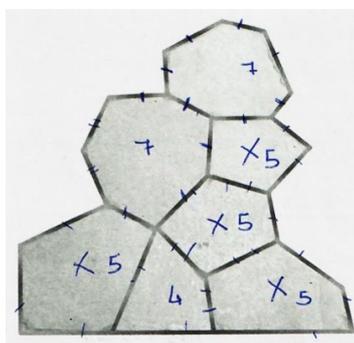
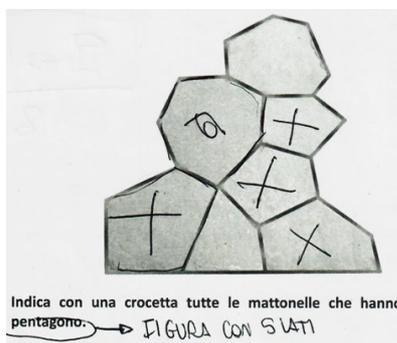
A sinistra, sono escluse le opzioni di risposta con un numero "DISPARI" (cerchiato e segnalato con una freccia) ed è operata la scelta tra le due opzioni rimaste. A destra, sono prese in esame tutte le opzioni, considerando la parità ("P") o disparità ("D") dei due numeri, sono quindi escluse le coppie con almeno un numero dispari (con una "crocetta" aggiunta a fianco) e mantenute le coppie con due numeri pari (con una "spunta" aggiunta a fianco), infine è scelta la coppia 12 e 14 (la sola con un doppio segno di spunta, a indicare che entrambi i vincoli sono soddisfatti).

<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D16. Mira ha iniziato a pavimentare un cortile con mattonelle di pietra di forme diverse.</p>  <p>Indica con una crocetta tutte le mattonelle che hanno la forma di un pentagono.</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b>          Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p><b>OBIETTIVO</b>          Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</p>
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>	
<p>Individuare i pentagoni in un gruppo di poligoni</p>	

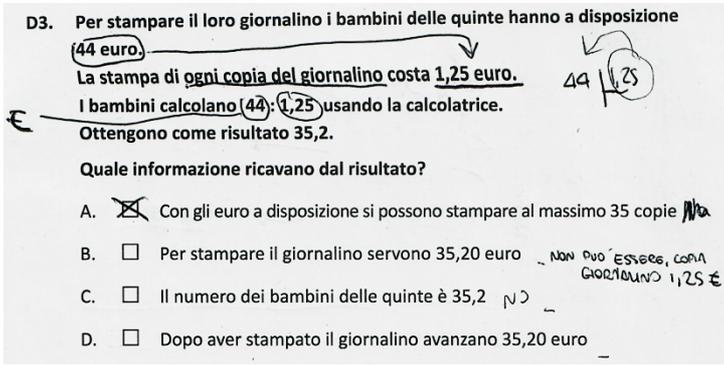
<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>			
	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>
	<b>D16</b>	6,1%	33,3%	<b>60,6%</b>

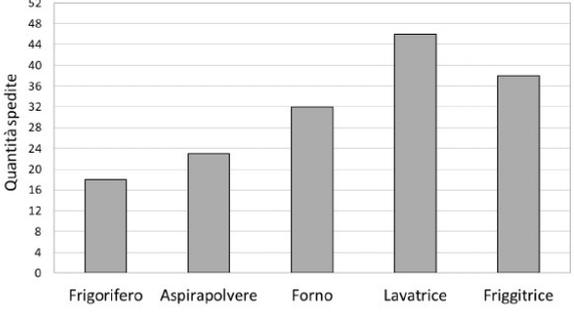
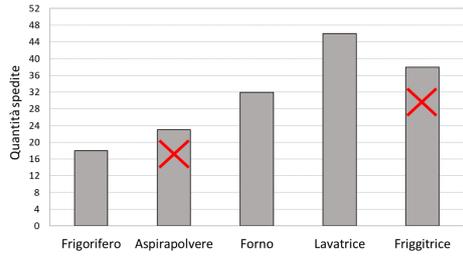
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

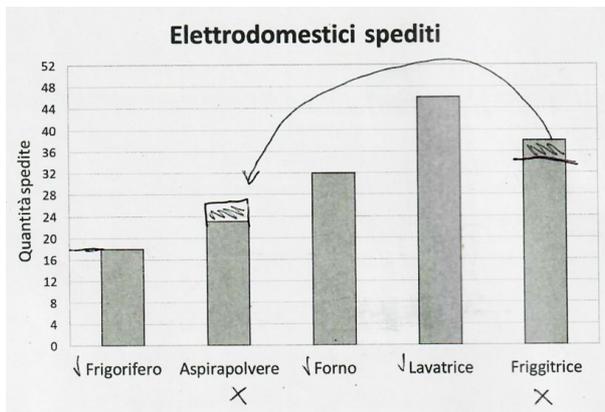
La domanda chiede di individuare tutti i pentagoni tra i poligoni mostrati nell'immagine. Diversi protocolli presentano segni legati all'esplorazione delle varie figure, in particolare al conteggio del numero dei lati di ciascuna di esse. Nel protocollo sotto, a sinistra, il pentagono è classificato come "FIGURA CON 5 LATI" e i pentagoni sono tutti indicati con una crocetta.



Nel protocollo centrale, per ciascuna figura, i lati sono individuati con un segno e il numero di lati è scritto all'interno: solo le figure con il numero "5" sono quindi indicate con una crocetta. Il protocollo a destra, infine, mostra i lati di ogni figura numerati con numeri progressivi a partire da 1 e solo le figure il cui ultimo lato contato è individuato come il quinto sono segnate con una crocetta.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE				
<p>D17. Per stampare il loro giornalino i bambini delle quinte hanno a disposizione 44 euro. La stampa di ogni copia del giornalino costa 1,25 euro. I bambini calcolano <math>44 : 1,25</math> usando la calcolatrice. Ottengono come risultato 35,2. Quale informazione ricavano dal risultato?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Per stampare il giornalino servono 35,20 euro</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Con gli euro a disposizione si possono stampare al massimo 35 copie</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Dopo aver stampato il giornalino avanzano 35,20 euro</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Il numero dei bambini delle quinte è 35,2</p>		NUMERI				
		DIMENSIONE				
		Argomentare				
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.				
		TRAGUARDO				
		Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici. <b>OBIETTIVO</b> Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.				
		SCOPO DELLA DOMANDA				
		Interpretare il risultato di una divisione in un dato contesto				
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE				
B	Item	Mancante	A	B	C	D
	D17	1,9%	41,4%	<b>38,7%</b>	11,2%	6,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI						
<p>La domanda richiede di interpretare il risultato di una divisione in un dato contesto, individuando quale informazione fornisce rispetto alla situazione descritta nel testo.</p> <p>In particolare, la situazione riguarda la stampa del giornalino della scuola: si conoscono i soldi che si hanno a disposizione (44 euro) e il costo di ciascuna copia (1,25 euro). La divisione di cui si deve interpretare il risultato (35,2 euro) mette in relazione questi due dati numerici (<math>44 : 1,25</math>).</p> <p>Le opzioni di risposta A e C individuano nel risultato della divisione rispettivamente la spesa necessaria per la stampa oppure il resto dopo aver effettuato tale spesa. L'opzione di risposta D invece associa il risultato al numero dei bambini delle classi coinvolte.</p> <p>Per la risoluzione è essenziale comprendere che la divisione mette in relazione due valori in euro e restituisce un valore numerico che non si riferisce affatto agli euro. Il protocollo qui sotto esemplifica la ricerca nel testo delle informazioni rilevanti rispetto alla relazione: 44 euro cerchiato e 1,25 euro sottolineato e il simbolo degli euro di nuovo associato a 44 laddove compare nella divisione.</p>						
 <p>D3. Per stampare il loro giornalino i bambini delle quinte hanno a disposizione (44 euro). La stampa di ogni copia del giornalino costa 1,25 euro. I bambini calcolano <math>44 : 1,25</math> usando la calcolatrice. Ottengono come risultato 35,2. Quale informazione ricavano dal risultato?</p> <p>A. <input checked="" type="checkbox"/> Con gli euro a disposizione si possono stampare al massimo 35 copie</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Per stampare il giornalino servono 35,20 euro</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il numero dei bambini delle quinte è 35,2</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Dopo aver stampato il giornalino avanzano 35,20 euro</p>						

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE															
<p><b>D18.</b> La tabella mostra quanti elettrodomestici sono stati spediti da un magazzino in giornata.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Elettrodomestici</th> <th>Quantità spedite</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Frigorifero</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>Aspirapolvere</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>Forno</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>Lavatrice</td> <td>46</td> </tr> <tr> <td>Friggitrice</td> <td>34</td> </tr> </tbody> </table> <p>L'addetto alle spedizioni utilizza i dati della tabella per disegnare un grafico, ma commette due errori.</p> <p>Indica con una crocetta le due colonne sbagliate.</p> <p style="text-align: center;"><b>Elettrodomestici spediti</b></p> 		Elettrodomestici	Quantità spedite	Frigorifero	18	Aspirapolvere	27	Forno	32	Lavatrice	46	Friggitrice	34	<b>DATI E PREVISIONI</b>			
		Elettrodomestici	Quantità spedite														
		Frigorifero	18														
		Aspirapolvere	27														
		Forno	32														
Lavatrice	46																
Friggitrice	34																
<b>DIMENSIONE</b>																	
<b>Risolvere problemi</b>																	
<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>																	
<p><b>TRAGUARDO</b> Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>																	
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>																	
Confrontare le informazioni fornite in un grafico e le informazioni fornite in una tabella																	
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE															
<p style="text-align: center;"><b>Elettrodomestici spediti</b></p> 		<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>												
		<b>D18</b>	4,6%	9,9%	<b>85,6%</b>												
COMMENTI E OSSERVAZIONI																	
<p>La domanda richiede di determinare in un grafico a barre le due colonne che rappresentano un'informazione non congruente con le informazioni fornite in una tabella.</p> <p>Un elemento di difficoltà è legato alla metrica dell'asse verticale del grafico, che utilizza multipli di 4. Le due barre che non presentano l'altezza corretta differiscono da quelle attese esattamente di 4 unità: la barra relativa all'aspirapolvere è alta una unità in meno di 24 anziché una in meno di 28, la barra relativa alla friggitrice è alta 4 unità in più rispetto all'altezza attesa (38 anziché 34).</p> <p>Alcuni protocolli mostrano modifiche sul grafico per rappresentare correttamente l'informazione fornita nella tabella, oltre all'individuazione delle barre con altezza sbagliata (un esempio è visibile qui sotto).</p>																	

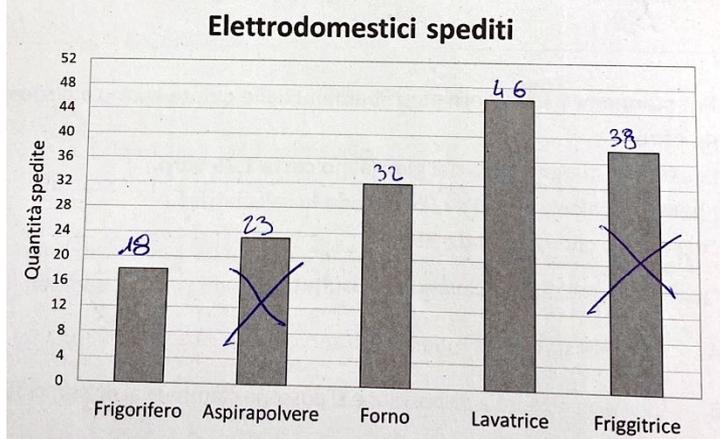


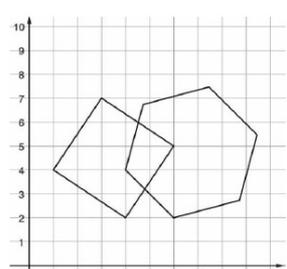
Una strategia diversa consiste nel confrontare le quantità di prodotti rappresentate da ciascuna barra nel grafico (esplicitandole) con le informazioni fornite nella tabella, come esemplifica il protocollo seguente.

Elettrodomestici	Quantità spedite
Frigorifero	18 ✓
Aspirapolvere	27 ✗
Forno	32 ✓
Lavatrice	46 ✓
Friggitrice	34 ✗

addetto alle spedizioni utilizza i dati della tabella per disegnare un grafico e commette due errori.

Indica con una crocetta le due colonne sbagliate.



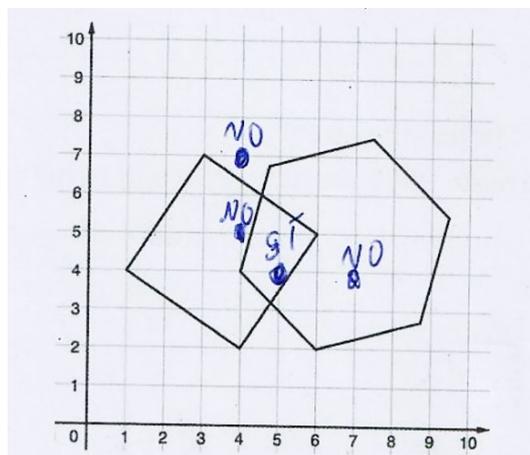
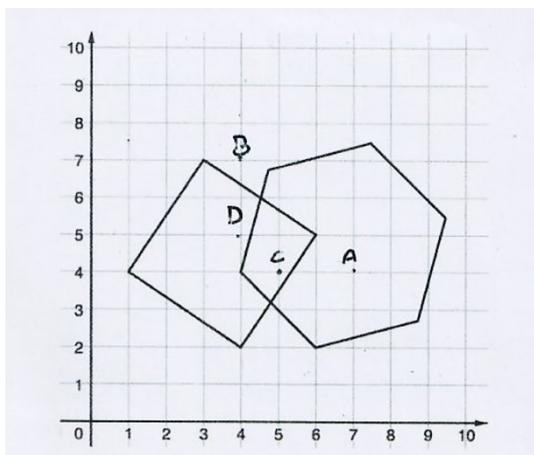
<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D19. Osserva le due figure disegnate sul piano cartesiano.</p>  <p>Uno di questi punti è interno a entrambe le figure. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Il punto di coordinate (7; 4)</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Il punto di coordinate (4; 7)</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il punto di coordinate (5; 4)</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Il punto di coordinate (4; 5)</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.</i></p>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	Individuare le coordinate di un punto del piano cartesiano che soddisfa date condizioni

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>					
<b>C</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D19</b>	2,6%	11,4%	13,3%	<b>49,6%</b>	23,1%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda presenta, sul piano cartesiano, un quadrato e un esagono con due coppie di lati che si intersecano e richiede di individuare le coordinate di un punto interno sia a un poligono sia all'altro. Le opzioni di risposta A, B e D considerano punti del piano cartesiano che non soddisfano una o nessuna di tali condizioni, rispettivamente: un punto interno solo all'esagono, un punto esterno a entrambi i poligoni o un punto interno solo al quadrato.

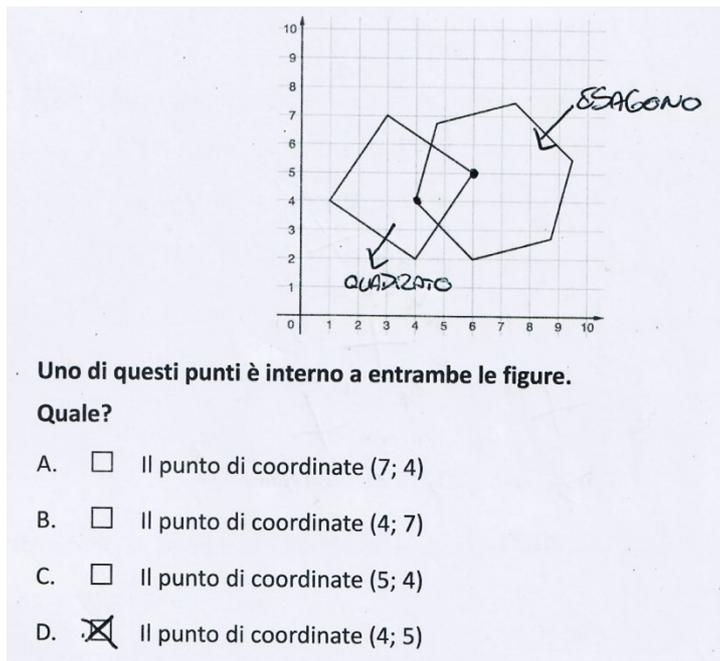
Strategie di ragionamento efficaci consistono nel procedere per esclusione sulle opzioni di risposta, ad esempio disegnando ciascun punto nel piano cartesiano, come mostrano i protocolli sotto. A sinistra, i punti aggiunti sono stati nominati utilizzando le lettere delle opzioni di risposta. A destra, "SI" e "NO" supportano la scelta dell'unico punto interno sia al quadrato sia all'esagono e l'esclusione degli altri.



Una diversa strategia consiste nell'individuare punti dei due poligoni che diano un riferimento per focalizzare l'attenzione sulla parte di piano condivisa dagli interni dei due poligoni, dove andare a ricercare la coppia di coordinate attesa.

L'esempio sottostante mostra un tentativo in tale direzione. Qui i due poligoni sono identificati dal loro nome, inoltre sono individuati due vertici, uno per ciascun poligono ed entrambi interni all'altro (con il disegno di un "punto" aggiunto su di essi).

Tuttavia, la scelta operata non è corretta: pur identificando il punto (5; 4) del piano, sono confuse ascissa e ordinata, difficoltà tipica in questo contesto, che induce alla scelta di (4; 5).



DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D20. Completa il fumetto scrivendo il numero corretto al posto dei puntini.</p>  <p>Penso al numero .....                  moltiplico il numero che ho pensato per 10, poi divido il risultato per 5 e ottengo 8</p>	NUMERI
	DIMENSIONE
	Argomentare
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO
	Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.
	OBIETTIVO
	Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.
	SCOPO DELLA DOMANDA
	Determinare un numero a partire da un testo che coinvolge aspetti logici e matematici

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
<b>4</b>	Item	Mancante	Errata	Corretta
	<b>D20</b>	8,5%	25,1%	<b>66,4%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di procedere a ritroso per risalire a un numero a partire dal quale sono compiute alcune operazioni espresse in un testo. Per determinare il numero, è sufficiente moltiplicare 8 per 5 e dividere il risultato ottenuto per 10.

Un elemento di difficoltà è rappresentato dal fatto di dover partire dal numero che nel testo compare per ultimo e dover utilizzare le operazioni inverse di quelle esplicitate nel testo: al posto di *dividere*, *moltiplicare* e al posto di *moltiplicare*, *dividere*.

I protocolli che seguono mostrano interessanti strategie di ragionamento basate su modalità di controllo del procedimento a ritroso, per ricostruire nel registro numerico la storia narrata dal testo.



Penso al numero ...4....  
 moltiplico il numero che ho pensato per 10, poi divido il risultato per 5 e ottengo 8

$8 \times 5 = 40$        $40 : 10 = 4$   
 $4 \times 10 = 40$        $40 : 5 = 8$



Penso al numero ...4....  
 moltiplico il numero che ho pensato per 10, poi divido il risultato per 5 e ottengo 8

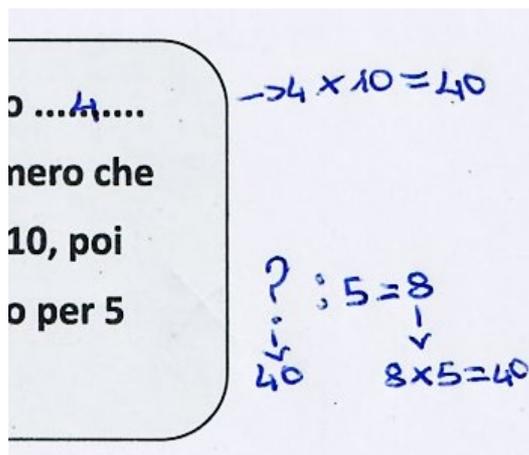
IO HO FATTO:  
 - PARTO AL CONTRARIO:  
 -  $8 \times 5 = 40$   
 -  $40 : 10 = 4$   
 QUINDI IL NUMERO CHE STA PENSANDO È 4  
 POI INAVVERTA CHE LO SPIGO RIFAI:  
 -  $4 \times 10 = 40$   
 -  $40 : 5 = 8$

A sinistra il procedimento a ritroso è tradotto nelle operazioni inverse, di moltiplicazione per 5 e di divisione per 10 (" $8 \times 5 = 40$ " e " $40 : 10 = 4$ "), che conducono al numero "4", per poi essere verificato nella direzione dettata dalla temporalità del testo: " $4 \times 10 = 40$ " e " $40 : 5 = 8$ ". Il numero da cui partono e il numero cui giungono entrambi i procedimenti sono cerchiati in modo da evidenziarne il ruolo, come punto di partenza del ragionamento in un caso e come punto di arrivo nell'altro caso.

A destra, i vari passaggi di risoluzione sono resi espliciti per iscritto assieme al fatto che il ragionamento parte "AL CONTRARIO" e che "POI UNA VOLTA CHE LO SAI LO RIFAI" (per la verifica).

Altro esempio di strategia che si appoggia sul procedere a ritroso è illustrato qui sotto, a sinistra.

Il procedimento a ritroso è questa volta suddiviso in due parti: inizia dalla ricerca del numero che diviso per 5 permette di ottenere 8 (" $? : 5 = 8$ "), prosegue con il calcolo " $8 \times 5 = 40$ " che conduce ad associare 40 al "?", e continua con la traduzione di 40 in un multiplo di 10: " $4 \times 10 = 40$ ", per concludersi nella scrittura del numero "4" sui puntini.

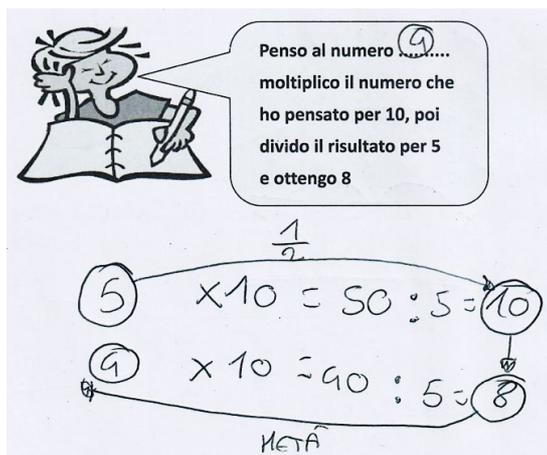


...4....  
 numero che  
 10, poi  
 o per 5

$4 \times 10 = 40$

$? : 5 = 8$   
 $8 \times 5 = 40$

40



Penso al numero 9...  
 moltiplico il numero che  
 ho pensato per 10, poi  
 divido il risultato per 5  
 e ottengo 8

$\frac{1}{2}$

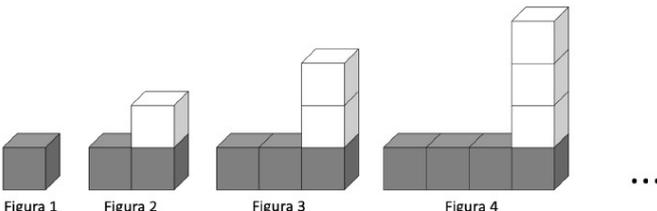
$5 \times 10 = 50 : 5 = 10$

$9 \times 10 = 90 : 5 = 18$

METÀ

Una diversa strategia di ragionamento è illustrata nel protocollo a destra. La sequenza di operazioni espressa nel testo è applicata al numero 5: " $5 \times 10 = 50 : 5 = 10$ " e permette di riconoscere che il numero di partenza e il risultato ottenuto (entrambi cerchiati) sono legati dalla relazione di *metà*, tradotta in questo caso con un " $1/2$ ". Ciò permette a sua volta di pensare al numero cercato come "*METÀ*" di 8: le frecce svelano la temporalità del processo; il ragionamento può essere sintetizzato così: "5 è  $\frac{1}{2}$  di 10 e, poiché 4 è metà di 8, il numero cercato è proprio 4" (anche se la concatenazione delle varie operazioni non presenta un corretto uso del simbolo "=" nella scrittura).

*Nota.* Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D19).

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D21. Queste sono le prime quattro figure di una sequenza. Ogni figura è fatta di cubi.</p>  <p>Figura 1    Figura 2    Figura 3    Figura 4    ...</p> <p>La regola per continuare la sequenza è sempre la stessa. Per passare da una figura alla successiva aggiungi sempre un cubo grigio e un cubo bianco.</p> <p>a. Immagina di costruire la Figura 8 della sequenza. Da quanti cubi è composta? Risposta: ..... cubi grigi e ..... cubi bianchi</p> <p>b. Lavinia ha costruito la figura della sequenza composta da 21 cubi in tutto. Qual è la figura costruita da Lavinia?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> La Figura 10 B. <input type="checkbox"/> La Figura 11 C. <input type="checkbox"/> La Figura 19 D. <input type="checkbox"/> La Figura 21</p>		RELAZIONI E FUNZIONI					
		DIMENSIONE					
		Risolvere problemi					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		<p><b>TRAGUARDO</b> Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.</i></p>					
		SCOPO DELLA DOMANDA					
		Individuare la relazione tra la posizione di una figura e il numero di elementi che la compongono, in una data sequenza di figure					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
<p>a. 8 - 7 b. B</p>		Item	Mancante	Errata		Corretta	
		D21a	2,2%	33,8%		64,0%	
		Item	Mancante	A	B	C	D
		D21b	2,2%	13,2%	56,1%	12,9%	15,6%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di immaginare due nuove figure di una sequenza, utilizzando le informazioni fornite nel testo e nell'immagine iniziale.</p> <p>L'item (a) pone specifica attenzione su come è fatta una figura di cui è nota la posizione. Per rispondere, è necessario comprendere la regolarità espressa nel testo e immaginare il numero dei cubi grigi e bianchi in relazione al numero della figura, sulla base della loro disposizione spaziale.</p> <p>L'item (b) si focalizza sulla posizione di una figura nella sequenza, dato il numero di elementi che la compongono, chiedendo di ragionare sulla relazione inversa.</p> <p>Le opzioni di risposta A, C e D considerano figure della sequenza che non soddisfano la relazione.</p> <p>L'opzione D presenta la corrispondenza tra il numero della figura e il numero dei soli cubi grigi: la Figura 21 è composta infatti da 21 cubi grigi e 20 cubi bianchi. L'opzione C considera il risultato di 21-2 (sfruttando la differenza di 2 cubi tra due figure successive della sequenza) e lo associa al numero della figura. L'opzione A scambia "il ruolo" del numero di cubi bianchi e del numero di cubi grigi nella relazione con il numero della figura: i cubi grigi nella Figura 10 sono proprio 10.</p> <p>Strategie di ragionamento efficaci (per entrambi gli item) si appoggiano alla ricerca di regolarità per le due sequenze di cubi di diverso colore. È il caso degli esempi che seguono.</p> <p>A sinistra, il numero di cubi grigi e il numero di cubi bianchi sono identificati in ogni figura. A destra, la regolarità espressa nel testo è tradotta a parole in una relazione tra cubi grigi e cubi bianchi per ogni figura: "I CUBI BIANCHI SONO SEMPRE INFERIORI DI 1 A QUELLI NERI".</p>							

Ogni figura è fatta di cubi.

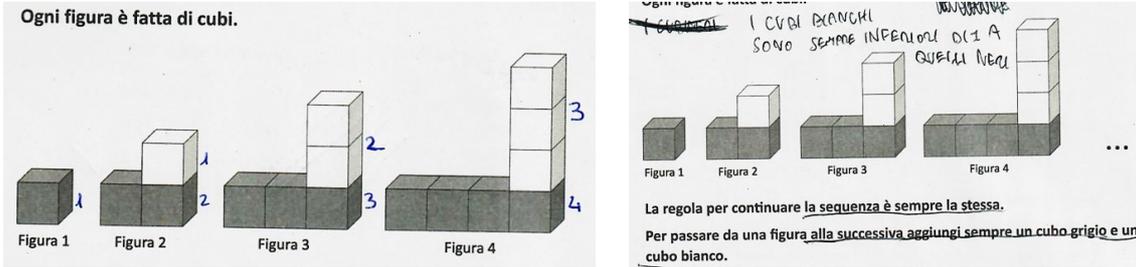
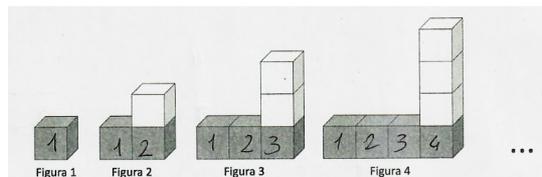


Figura 1    Figura 2    Figura 3    Figura 4

La regola per continuare la sequenza è sempre la stessa.  
Per passare da una figura alla successiva aggiungi sempre un cubo grigio e un cubo bianco.

Nel protocollo sotto, è esplicitato solo il numero di cubi grigi, numerati in ciascuna delle figure date, rendendo evidente la relazione con il numero della figura (ovvero con la sua posizione), che è sufficiente qui per rispondere nel modo atteso al primo item.

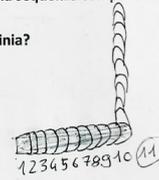


La regola per continuare la sequenza è sempre la stessa.  
Per passare da una figura alla successiva aggiungi sempre un cubo grigio e un cubo bianco.

a. Immagina di costruire la Figura 8 della sequenza.  
Da quanti cubi è composta?  
Risposta: .....8..... cubi grigi e .....7..... cubi bianchi

b. Lavinia ha costruito la figura della sequenza composta da 21 cubi in tutto.  
Qual è la figura costruita da Lavinia?

A.  La Figura 10  
B.  La Figura 11  
C.  La Figura 19  
D.  La Figura 21



$21 : 2 = 10,5$   
11 e 10

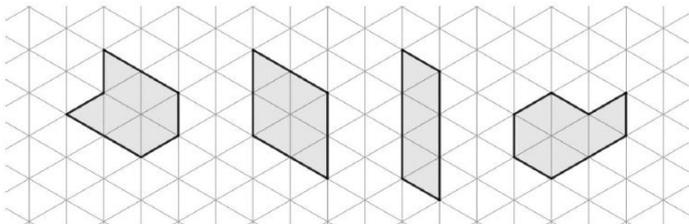
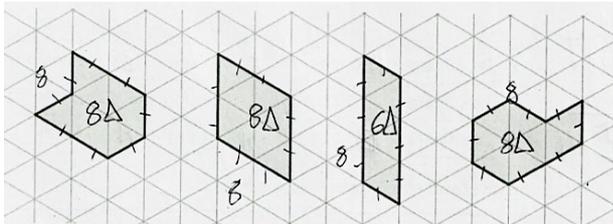
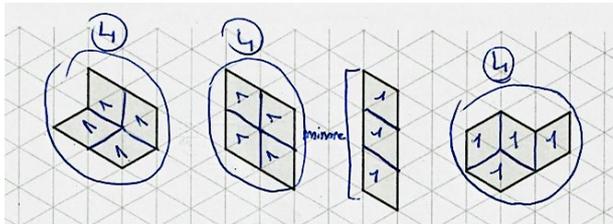
Per la scelta della *Figura 11* nel caso del secondo item, invece, il ragionamento passa dal ricorso alla divisione per 2: “ $21 : 2 = 10,5$ ” (al fondo del foglio) permette di concludere che “11 e 10” sono i numeri da associare ai cubi grigi e ai cubi bianchi rispettivamente. Il diagramma a fianco delle opzioni di risposta supporta tale conclusione, mostrando, abbozzati, proprio 11 cubi in orizzontale, scuriti e conteggiati, e 10 cubi bianchi in verticale (il numero “11” qui cerchiato fornisce la risposta).

Questo tipo di ragionamento è particolarmente interessante, perché lascia intravedere l’intuizione che la sequenza di figure abbia un legame con i numeri dispari (che nella divisione per 2 restituiscono resto 1). Una difficoltà, spesso rilevata nei protocolli nel caso del primo item, è legata all’immaginazione di una figura non visibile non immediatamente successiva a quelle date e spesso si traduce nel prendere in considerazione la prima figura possibile, vale a dire la figura 5, come mostrato qui sotto, a sinistra.

<p>a di costruire la Figura 8 della sequenza. i cubi è composta? .....5..... cubi grigi e .....4..... cubi bianchi</p>	<p>a di costruire la Figura 8 della sequenza. i cubi è composta? .....5..... cubi grigi e .....3..... cubi bianchi</p>	<p>a di costruire la Figura 8 della sequenza. i cubi è composta? .....4..... cubi grigi e .....4..... cubi bianchi</p>
--	--	--

Un’altra difficoltà frequente è quella di far corrispondere esattamente il numero della figura e il numero di tutti i cubi che la compongono, aprendo a diverse possibilità di risposta per la *Figura 8*, tipicamente “5 cubi grigi e 3 cubi bianchi” oppure “4 cubi grigi e 4 cubi bianchi” (sopra, al centro e a destra).

Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D20).

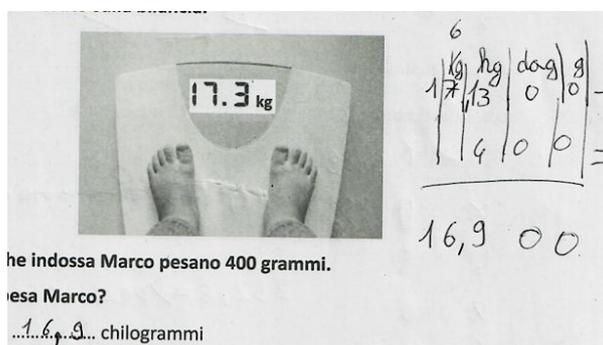
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D22. Osserva queste quattro figure disegnate su una griglia formata da triangoli equilateri congruenti.</p>  <p>Una delle seguenti affermazioni è corretta. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Le quattro figure hanno la stessa area ma non lo stesso perimetro</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Le quattro figure hanno lo stesso perimetro ma non la stessa area</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Le quattro figure hanno sia la stessa area sia lo stesso perimetro</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Le quattro figure non hanno né la stessa area né lo stesso perimetro</p>		SPAZIO E FIGURE					
		DIMENSIONE					
		Conoscere					
		RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.					
		TRAGUARDO					
		<p>Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p>					
		OBIETTIVO					
		<p><i>Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.</i></p> <p><i>Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.</i></p>					
RISPOSTA CORRETTA		SCOPO DELLA DOMANDA					
		<p>Confrontare perimetri e aree di quattro poligoni disegnati su una griglia isometrica</p>					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
		Item	Mancante	A	B	C	D
B		D22	1,8%	12,9%	51,6%	7,6%	26,1%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di confrontare il perimetro e l'area di quattro poligoni disegnati su una griglia isometrica, composta da triangoli equilateri tutti congruenti tra loro.</p> <p>La griglia sollecita il confronto mediante la misura del contorno e della superficie per ogni figura, basata sul lato di un triangolo e sul singolo triangolo come unità di misura, senza operare attraverso formule o formalismi inopportuni. Una strategia di risoluzione efficace utilizza proprio il conteggio di tali unità, differenziando aree e perimetri.</p> <p>Il protocollo sotto, a sinistra, mostra per ciascuna figura la misura del contorno (il numero esterno, "8"), ricavata tracciando un segno su ciascun lato, e la misura della superficie, espressa attraverso il numero interno accompagnato da un "triangolino", che rappresenta appunto l'unità di misura. È così agevole concludere che <i>le quattro figure hanno lo stesso perimetro ma non la stessa area</i>.</p> <p>Nel protocollo a destra, una diversa unità di misura è utilizzata per la superficie: il rombo composto da due triangoli equilateri, che è indicato con "1". Si evince rapidamente qual è la figura con area minore rispetto alle altre (anche segnalata con "minore"; ed è scelta la risposta corretta).</p>							
							
<p>Una difficoltà tipica, veicolata dagli aspetti percettivi, risiede nella misconcezione secondo cui figure che non hanno la stessa forma non possono avere né area né perimetro uguali.</p>							

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D23. Marco sale vestito sulla bilancia.</p>  <p>I vestiti che indossa Marco pesano 400 grammi. Quanto pesa Marco? Risposta: ..... chilogrammi</p>	<b>NUMERI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Risolvere problemi</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.</i></p>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	Risolvere una situazione problematica che coinvolge la misura di una massa

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
<b>16,9 oppure 16.9</b>	Item	Mancante	Errata	Corretta
	<b>D23</b>	6%	39,8%	54,2%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda chiede di ricavare dall'immagine della bilancia l'informazione relativa a quanto pesa Marco *vestito* (17,3 kg) e di individuare quanto pesa Marco *senza i vestiti* che pesano 400 grammi. Per rispondere è dunque necessario sottrarre dalla massa di Marco vestito (espressa in chilogrammi) la massa dei vestiti, espressa in grammi, operando preliminarmente una conversione. Strategie di risoluzione efficaci si basano sulla corretta gestione dell'equivalenza tra chilogrammi e grammi o viceversa e sul controllo della differenza, come nei protocolli che seguono.



he indossa Marco pesano 400 grammi.  
esa Marco?  
...16,9... chilogrammi

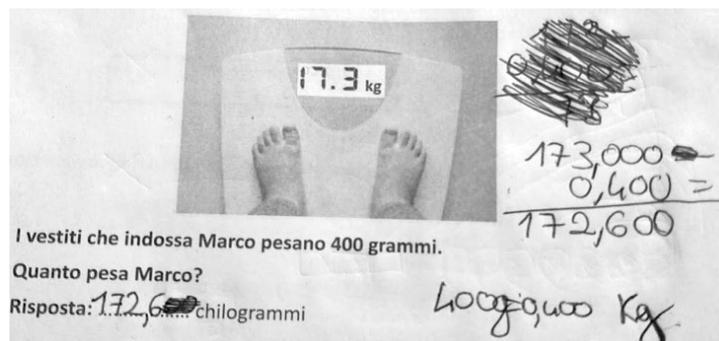


o sulla bilancia.

Il protocollo a sinistra presenta una tabella con i multipli del grammo, utilizzati per la conversione (da kg a g), mediante la quale è mantenuto il controllo della procedura di calcolo ("17300 - 400"), svolta in colonna. L'esempio a destra, invece, mostra una strategia di calcolo rapido per la quale, a ogni passaggio (per ogni freccia), si attribuisce significato al risultato. Possiamo sintetizzare in tal modo la strategia: "se da 17,3 kg tolgo 0,3, vale a dire 300 grammi, ottengo 17 e se da qui tolgo ancora 100 grammi allora ottengo 16,9" (a ogni verbo nella catena corrisponde una freccia).  
Risoluzioni non corrette sono principalmente legate in tale situazione a errori di conversione, per nulla inconsueti (rilevati in diversi protocolli). Un esempio è fornito da 13,3 chilogrammi ottenuto sottraendo

da 17,3 il numero 4, operando, perciò, una conversione dei 400 grammi non corretta. Un ulteriore esempio è dato dalla risposta 57,3 kg. In questo caso, due difficoltà sono concatenate: la errata conversione da grammi a chilogrammi (40) e il ricorso all'operazione inversa rispetto a quella richiesta dalla situazione problematica (l'addizione anziché la sottrazione).

Un esempio di utilizzo improprio dell'informazione fornita nell'immagine, che porta a un risultato non plausibile nella realtà, pur con una conversione corretta (0,400 kg), è visibile qui sotto.



I vestiti che indossa Marco pesano 400 grammi.  
Quanto pesa Marco?  
Risposta: 172,600 chilogrammi

173,000  
- 0,400 =  
172,600

400g,000 Kg

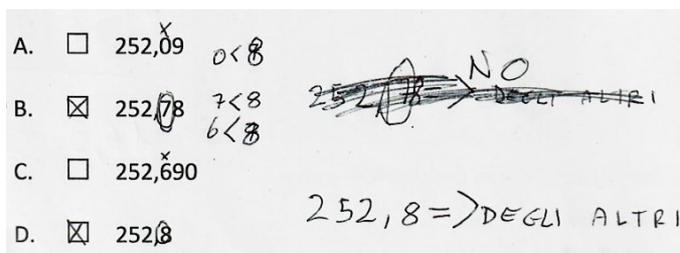
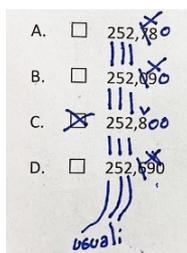
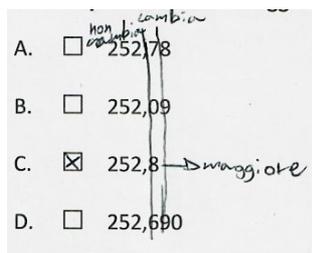
DOMANDA		AMBITO PREVALENTE																			
<p>D24. Un campionato di ciclismo femminile prevede 3 gare. Per ogni gara, i punti sono assegnati come vedi in tabella.</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #e0e0e0;"> <th></th> <th>Gara A</th> <th>Gara B</th> <th>Gara C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1ª classificata</td> <td>1000 punti</td> <td>850 punti</td> <td>500 punti</td> </tr> <tr> <td>2ª classificata</td> <td>800 punti</td> <td>650 punti</td> <td>400 punti</td> </tr> <tr> <td>3ª classificata</td> <td>650 punti</td> <td>575 punti</td> <td>325 punti</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ecco come si sono classificate Marta ed Elisa:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>MARTA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1ª classificata nella Gara A</li> <li>- 3ª classificata nelle altre due gare</li> </ul> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>ELISA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3ª classificata nella Gara A</li> <li>- 1ª classificata nelle altre due gare</li> </ul> </div> </div> <p>Completa la seguente frase seguendo le indicazioni scritte sotto i puntini.</p> <p>Alla fine del campionato, ELISA ha ottenuto complessivamente ..... punti <i>scrivi il numero</i></p> <p>e i punti ottenuti da MARTA sono ..... punti ottenuti da ELISA. <i>più dei/meno dei/uguali ai</i></p>			Gara A	Gara B	Gara C	1ª classificata	1000 punti	850 punti	500 punti	2ª classificata	800 punti	650 punti	400 punti	3ª classificata	650 punti	575 punti	325 punti	<p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>DATI E PREVISIONI</b></p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>DIMENSIONE</b></p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>Risolvere problemi</b></p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>TRAGUARDO</b></p> <p>Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>OBIETTIVO</b></p> <p>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</p> <p style="background-color: #0056b3; color: white; padding: 2px;"><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b></p> <p>Completare un testo utilizzando i dati rappresentati in una tabella e le informazioni fornite in un dato contesto</p>			
	Gara A	Gara B	Gara C																		
1ª classificata	1000 punti	850 punti	500 punti																		
2ª classificata	800 punti	650 punti	400 punti																		
3ª classificata	650 punti	575 punti	325 punti																		
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE																			
<b>2000 - meno dei</b>		<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>Errata</b>	<b>Corretta</b>																
		<b>D24</b>	3,6%	52,9%	<b>43,5%</b>																
COMMENTI E OSSERVAZIONI																					
<p>La domanda richiede di individuare le informazioni necessarie, presenti in un testo e in una tabella, per determinare e confrontare il punteggio di due atlete al termine di un campionato di ciclismo. Nel protocollo qui sotto, le lettere "M" ed "E" (riferite a MARTA ed ELISA) sono inserite nelle celle da cui ricavare i dati utili per mettere a confronto i punteggi complessivi delle due atlete.</p> <div style="margin: 10px 0;"> <table border="1" style="margin: 0 auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr style="background-color: #e0e0e0;"> <th></th> <th>Gara A</th> <th>Gara B</th> <th>Gara C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1ª classificata</td> <td>1000 punti</td> <td>850 punti</td> <td>500 punti</td> </tr> <tr> <td>2ª classificata</td> <td>800 punti</td> <td>650 punti</td> <td>400 punti</td> </tr> <tr> <td>3ª classificata</td> <td>650 punti</td> <td>575 punti</td> <td>325 punti</td> </tr> </tbody> </table> <p>Ecco come si sono classificate Marta ed Elisa:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>MARTA = M</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1ª classificata nella Gara A</li> <li>- 3ª classificata nelle altre due gare</li> </ul> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 45%;"> <p style="text-align: center; margin: 0;"><b>ELISA = E</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3ª classificata nella Gara A</li> <li>- 1ª classificata nelle altre due gare</li> </ul> </div> </div> <p>Completa la seguente frase seguendo le indicazioni scritte sotto i puntini.</p> <p>Alla fine del campionato, ELISA ha ottenuto complessivamente .....<u>2000</u> punti <i>scrivi il numero</i></p> <p>e i punti ottenuti da MARTA sono .....<u>1900</u>..... punti ottenuti da ELISA. <i>più del/meno dei/uguali ai</i></p> </div>							Gara A	Gara B	Gara C	1ª classificata	1000 punti	850 punti	500 punti	2ª classificata	800 punti	650 punti	400 punti	3ª classificata	650 punti	575 punti	325 punti
	Gara A	Gara B	Gara C																		
1ª classificata	1000 punti	850 punti	500 punti																		
2ª classificata	800 punti	650 punti	400 punti																		
3ª classificata	650 punti	575 punti	325 punti																		
<p>Una difficoltà tipica, intercettata dalla risposta 1650 punti, risiede in una lettura approssimativa dei dati a disposizione, che considera solo le informazioni sulla classifica della <i>Gara A</i>, traducendosi nel calcolo della somma dei punti rilevanti presenti nella prima colonna della tabella (1000 per Marta, 650 per Elisa). Altri protocolli, invece, mostrano i due valori 2000 e 1900 inseriti, rispettivamente, nei due spazi da completare, tralasciando la richiesta della seconda frase di mettere in relazione i punti delle due atlete.</p>																					

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D25. Uno di questi numeri è maggiore di tutti gli altri. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 252,09</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 252,78</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 252,690</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 252,8</p>	<b>NUMERI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.</i></p>
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>	Confrontare numeri decimali

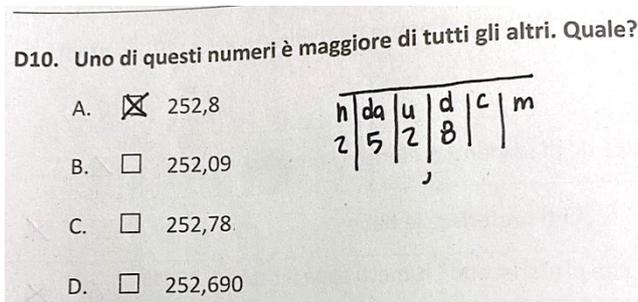
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>D</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D25</b>	1,1%	2,5%	11,7%	28,0%	<b>56,7%</b>

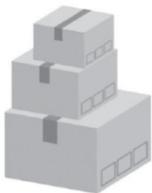
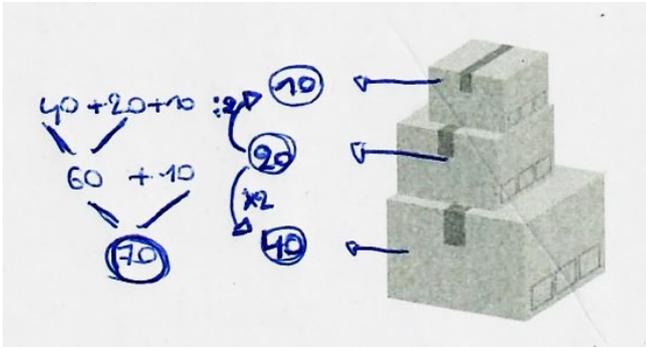
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare, tra quattro numeri decimali con la stessa parte intera, il più grande. I protocolli sotto mostrano differenti modalità di controllo sul valore posizionale delle cifre decimali. In tutti, è evidenziato in un certo modo ciò che non cambia rispetto a ciò che varia e il confronto si gioca sul filo dei decimi: a sinistra, le parole "non cambia"/"cambia" e le due linee tracciate a racchiudere la cifra dei decimi; al centro, i tratti verticali allungati a indicare che le cifre delle parti intere sono "uguali" e il segno di minore (" $<$ ") apposto sulla cifra dei decimi del numero scelto; a destra, le disuguaglianze " $0 < 8$ ", " $7 < 8$ ", " $6 < 8$ ", per avallare la scelta, esplicitata anche a parole.



Efficace è anche il ricorso alla classica tabella per identificare la posizione delle cifre, come mostra l'esempio che segue.



DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D26. Anita ha messo i suoi 70 libri in tre scatole: una PICCOLA, una MEDIA e una GRANDE.</p>  <p>I libri nella scatola GRANDE sono il doppio dei libri nella scatola MEDIA. I libri nella scatola PICCOLA sono la metà dei libri nella scatola MEDIA. Quanti sono i libri nella scatola MEDIA?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 10 B. <input type="checkbox"/> 20 C. <input type="checkbox"/> 35 D. <input type="checkbox"/> 40</p>		<b>RELAZIONI E FUNZIONI</b>					
		<b>DIMENSIONE</b>					
		<b>Risolvere problemi</b>					
		<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>					
		<p><b>TRAGUARDO</b> Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Eeguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.</i></p>					
		<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>					
		Individuare il numero che soddisfa i vincoli espressi in un testo che coinvolge aspetti logici e matematici					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
<b>B</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	
	<b>D26</b>	1,4%	7,6%	<b>65,0%</b>	16,5%	9,5%	
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>Date tre scatole diverse, in cui sono stati distribuiti 70 libri in tutto, la domanda richiede di individuare quanti libri sono contenuti nella scatola media, tenendo conto di altri due vincoli:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nella scatola grande c'è il doppio dei libri della scatola media;</li> <li>- nella scatola piccola c'è la metà dei libri della scatola media.</li> </ul> <p>Le opzioni di risposta A e D considerano i libri presenti rispettivamente nella scatola piccola e nella scatola grande, l'opzione C invece rileva l'associazione tra il numero di libri nella scatola <i>media</i> e la <i>metà</i> di tutti i libri.</p> <p>Una strategia efficace, esplicitata nel protocollo seguente, risiede nella rappresentazione delle relazioni doppio/metà, che permette di governare il processo di ragionamento e di verificare che la scatola media contiene 20 libri.</p>							
							
<p>Una strategia alternativa consiste nel procedere per esclusione, verificando la plausibilità di tutte le opzioni fornite, come mostra il protocollo sotto. Qui è presente una sorta di tabella: la colonna centrale ("SCATOLA MEDIA") indica i valori presenti nelle opzioni di risposta, mentre la prima e la terza (riferite</p>							

alle altre scatole) indicano, per ciascuna riga, il numero dei libri in ciascuna scatola rispettando i vincoli assegnati (doppio/metà); nella colonna dei "LIBRI" è presente la somma dei primi tre valori. La sola opzione che soddisfa il vincolo dei 70 libri in tutto è proprio quella di 20 libri per la scatola media.

		SCATOLA GRANDE	SCATOLA MEDIA	SCATOLA PICCOLA	LIBRI
A.	<input checked="" type="checkbox"/> 20	40	20	10	70
B.	<input type="checkbox"/> 10	20	10	5	35
C.	<input type="checkbox"/> 40	80	40	20	140
D.	<input type="checkbox"/> 35	70	35	17,5	102,5

*Nota.* Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D13).

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D27. A un torneo partecipano tre squadre. Ogni squadra è formata dallo stesso numero di bambini. Quale può essere il numero totale dei bambini che partecipano al torneo?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 83 B. <input type="checkbox"/> 35 C. <input type="checkbox"/> 42 D. <input type="checkbox"/> 76</p>	<b>NUMERI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Risolvere problemi</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Eeguire la divisione con resto fra numeri naturali; individuare multipli e divisori di un numero.</i></p>
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>	Riconoscere che un multiplo di 3 risolve una data situazione problematica

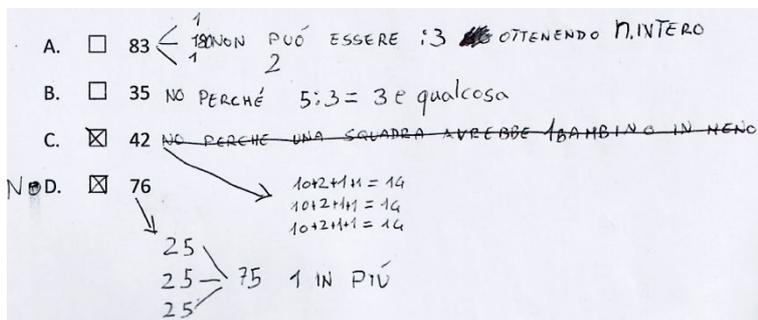
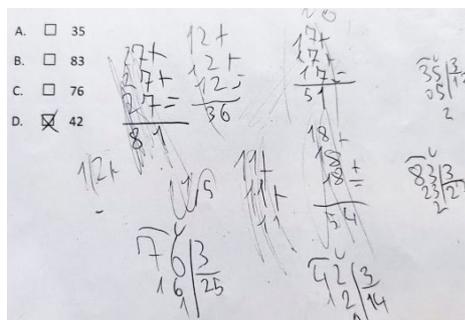
RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>C</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D27</b>	3,1%	10,3%	19,7%	<b>52,3%</b>	14,6%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

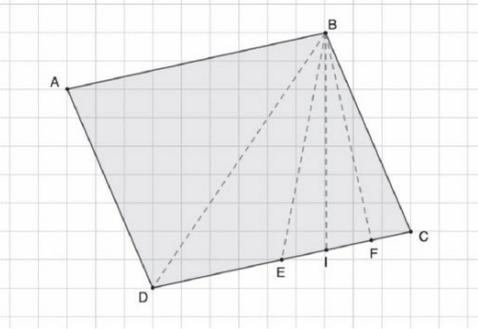
La domanda richiede di individuare il numero di bambini che partecipano a un torneo posto il vincolo che ci siano tre squadre con lo stesso numero di bambini. Si tratta dunque di individuare, tra quattro numeri, l'unico multiplo di tre.

I protocolli che seguono mostrano approcci diversi alla risoluzione.

Nell'esempio a sinistra, la verifica della divisibilità avviene attraverso calcoli diretti: addizioni in colonna di tre addendi (lo stesso addendo), poi cancellate perché lontane dal risultato desiderato; e divisioni per 3 con e senza resto (76:3, 83:3, 35:3 e 42:3, operate in colonna).



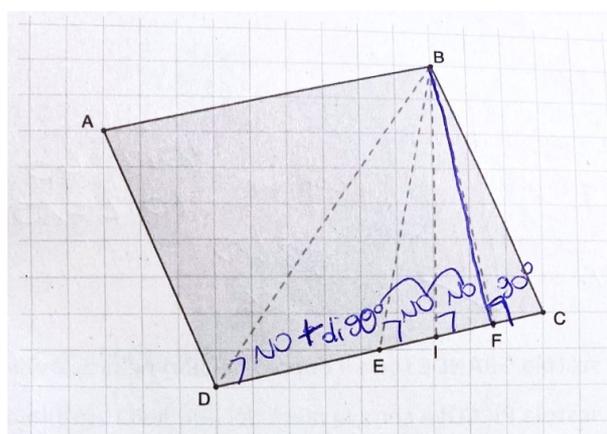
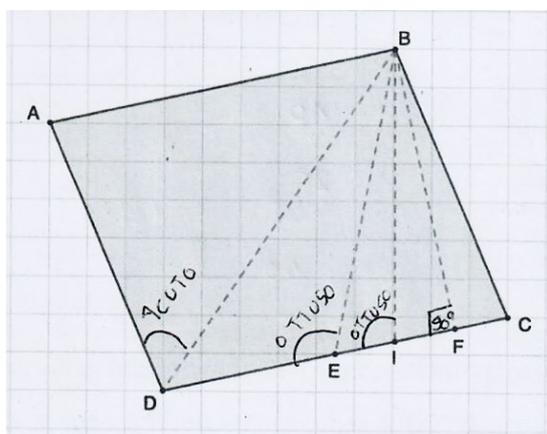
Il protocollo a destra mostra un'analisi più articolata di tutte le opzioni basata su un ragionamento per scomposizione dei numeri e sulla ricerca di una compatibilità rispetto all'essere, o meno, divisibili per tre. 83 ad esempio è scomposto in 80+3 (tre volte "1"), quindi la conclusione è che "80 NON PUÒ ESSERE :3 OTTENENDO N. INTERO"; 35 è pensato come 30+5 e non funziona "PERCHÉ 5:3 = 3 e qualcosa" (qui è presente un errore di calcolo, ma non inficia il ragionamento, è sufficiente infatti rilevare la presenza di un resto); 42 è scritto come tre volte "10+2+1+1 = 14" e infine 76 è scomposto in 75 ("25" tre volte) e "1 IN PIÙ".

<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D28. Osserva il parallelogramma ABCD.</p>  <p>Uno dei segmenti tratteggiati è una altezza del parallelogramma. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Il segmento BD</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Il segmento BE</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Il segmento BI</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Il segmento BF</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<b>TRAGUARDO</b>
	<p>Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.</p> <p><b>OBIETTIVO</b></p> <p>Utilizzare e distinguere fra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità.</p>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	<p>Individuare un'altezza di un parallelogramma</p>

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>					
<b>D</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D28</b>	1,5%	27,8%	8,8%	20,9%	<b>41,0%</b>

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

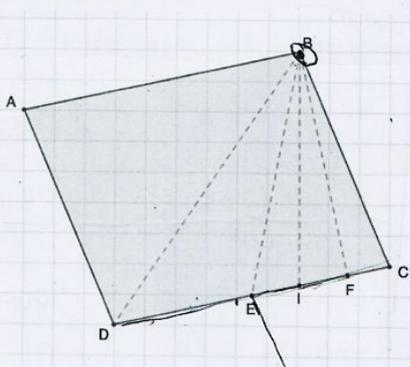
La domanda chiede di riconoscere il segmento che corrisponde all'altezza relativa a un lato in un parallelogramma posto in una posizione non standard su una griglia quadrettata. Le opzioni A, B e C presentano rispettivamente una diagonale (BD), il segmento che unisce un vertice con il punto medio del lato DC (BE) e un segmento tracciato verticalmente rispetto alla griglia (BI). Una strategia di risoluzione efficace consiste nel classificare gli angoli intercettati sul lato DC, sulla base delle definizioni o delle misure, per riconoscere l'altezza come segmento che individua un angolo di 90° con il lato DC (i protocolli seguenti mostrano due esempi).



Una difficoltà nel rispondere correttamente può derivare dalla peculiarità del segmento BI di essere l'unico tracciato lungo la quadrettatura della griglia, in verticale: BI può essere scelto perché richiama l'immagine stereotipica di altezze tracciate sempre come segmenti verticali. Altre difficoltà sono legate a concezioni dell'altezza che non corrispondono alla definizione, come in questo caso: "ALTEZZA: segmento che parte da un vertice e arriva a metà del lato opposto" (appuntato a margine), con la scelta che ricade dunque sul segmento BE. Una tale immagine può anche essere veicolata dall'abitudine a trattare altezze relative a basi orizzontali di triangoli isosceli, che coincidono

con le mediane (nel caso dei triangoli, le mediane corrispondono proprio ai segmenti che uniscono un vertice con il punto medio del lato opposto).

Osserva il parallelogramma ABCD.



ALTEZZA :  
 Segmento  
 che parte da  
 un vertice  
 e arriva  
 a metà  
 del lato  
 opposto

Uno dei segmenti tratteggiati è una altezza del parallelogramma.

Quale?

- A.  Il segmento BE

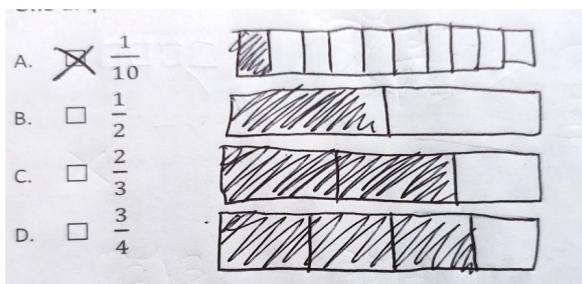
DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D29. Uno di questi numeri è minore di tutti gli altri. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>B. <input type="checkbox"/> <math>\frac{2}{3}</math></p> <p>C. <input type="checkbox"/> <math>\frac{3}{4}</math></p> <p>D. <input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{10}</math></p>	<b>NUMERI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti.</i></p>
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>	Confrontare frazioni

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>D</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D29</b>	1,6%	29,7%	3,7%	5,7%	<b>59,2%</b>

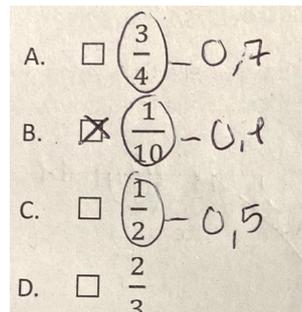
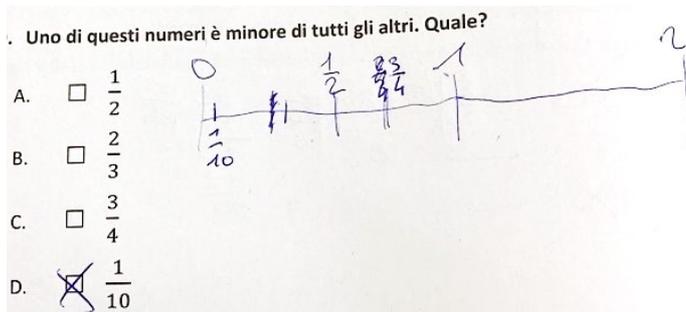
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di individuare quale tra quattro frazioni è minore rispetto a ciascuna delle altre. Il confronto può avvenire mediante diverse strategie.

Una prima strategia di risoluzione efficace è esemplificata nei protocolli che seguono, dove le diverse frazioni sono rappresentate da parti colorate di diverse suddivisioni di uno stesso intero (a sinistra, è utilizzata una rappresentazione rettangolare, a destra una circolare).



Un'altra strategia risiede nell'ordinare le frazioni posizionandole sulla retta dei numeri, come nell'esempio qui sotto, a sinistra. Infine, l'esempio a destra presenta parzialmente una strategia di ragionamento prettamente numerica: le frazioni sono tradotte in numeri decimali esatti ("0,1", "0,5") o approssimati ("0,7") e il confronto è poi operato tra i valori ottenuti, più semplici da mettere in relazione.



<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D30. Questa immagine mostra lo stato di avanzamento dell'installazione di un programma sul computer.</p>  <p>L'installazione non è ancora completata. Una di queste percentuali indica lo stato di avanzamento dell'installazione. Quale?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 25%</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 54%</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 75%</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 96%</p>	<b>RELAZIONI E FUNZIONI</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Conoscere</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<p><b>TRAGUARDO</b> Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)</p> <p><b>OBIETTIVO</b> <i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i></p>
<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>	
<p>Individuare un valore percentuale rappresentato in una immagine</p>	

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE					
<b>C</b>	Item	Mancante	A	B	C	D
	<b>D30</b>	1,3%	15,0%	6,4%	<b>65,6%</b>	11,8%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda richiede di interpretare l'informazione rappresentata da un'immagine che si riferisce al contesto reale: lo stato di *avanzamento* dell'installazione di un programma sul computer. Dall'immagine si evince che l'installazione non è ancora stata completata al 100%, quindi si chiede di individuare la *percentuale* che indica lo stato di avanzamento.

L'opzione di risposta A considera quanto manca per completare l'installazione (cioè, 25%). Le opzioni di risposta B e C presentano entrambe valori rilevabili da una interpretazione imprecisa della rappresentazione, rispettivamente: 54%, valore che si ricava partendo dalla metà (50%, che corrisponde a 8 tacche), e sommando (impropriamente) al numero 50 il numero delle tacche che eccedono (4); 96%, valore che si ricava dal 100%, prendendo quindi 100 e sottraendo il numero delle 4 tacche mancanti al completamento dell'installazione.

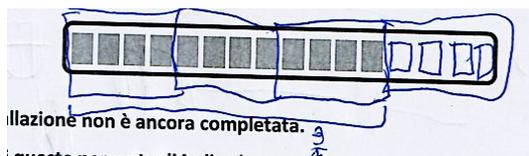
L'immagine a corredo della domanda stimola l'elaborazione spontanea di segni, conteggi e schizzi per supportare strategie di risoluzione. I protocolli che seguono presentano modalità differenti di approccio. Nel protocollo qui sotto, ad esempio, sono utilizzate tre scritture diverse per le tre partizioni individuate per le 12 tacche visibili: frazionaria ("1/4" associato alle prime 4 tacche), verbale ("METÀ" associato a 8 tacche) e percentuale ("75%" associato a tutte le tacche presenti).



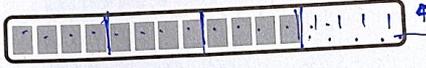
Il secondo protocollo mostra che il ragionamento procede indagando dapprima "la metà" ("50%" scritto sotto le prime 8 tacche, demarcate con una "stanghetta"), poi "la metà della metà" per individuare i quarti, con la scrittura "50" utilizzata più volte sopra l'immagine, e conclude che è "Per 3/4 completo". A riprova di questo è stato anche abbozzato il quarto complementare, ovvero le quattro tacche mancanti.



Analogamente, il terzo protocollo presenta l'aggiunta sull'immagine delle 4 tacche mancanti, che permette di individuare i quarti (come gruppi di quattro tacche) e di rilevare i "3/4" dell'avanzamento (indicati in basso).



L'esempio qui sotto mostra un interessante tentativo argomentativo a margine della risposta corretta: "Secondo me è così perché io ho fatto  $12:3 = 4$  e allora ho diviso per 4 e ho visto che mancava sulla percentuale 25% cioè  $\frac{1}{4}$  e ho visto che valeva 75%  $25 \times 3 = 75$ " (con la divisione  $12:3$  scritta anche in colonna). Dai segni lasciati sull'immagine (un puntino in corrispondenza di ciascuna tacca, una stanghetta ogni quattro tacche, il numero 4 scritto a destra), si evince un'esplorazione piuttosto accurata.



L'installazione non è ancora completata.  
Una di queste percentuali indica lo stato di avanzamento dell'installazione.  
Quale?

A.  75%  
B.  96%  
C.  25% /  
D.  54% /

*Handwritten notes:*  
 $12 \overline{) 12}$   
 $12 \overline{) 12}$   
Secondo me è così perché io ho fatto  $12:3=4$  e allora ho diviso per 4 e ho visto che mancava sulla percentuale 25% cioè  $\frac{1}{4}$  e ho visto che valeva 75%  $25 \times 3 = 75$ .

Un elemento di difficoltà è relativo all'interpretazione della parola *avanzamento*, alla quale può essere attribuito il significato di "ciò che avanza", vale a dire "ciò che rimane" (da fare, da completare). Ad esempio, nel protocollo seguente, l'immagine presenta correttamente la suddivisione in quarti, ma la risposta scelta è 25% che è proprio "ciò che manca" per arrivare al 100%, come è tra l'altro indicato nella parte finale dove è aggiunto lo schizzo di una barra rettangolare con "1/4" scritto all'interno.



L'installazione non è ancora completata.  
Una di queste percentuali indica lo stato di avanzamento dell'installazione.  
Quale?

A.  54%  
B.  25%  
C.  96%  
D.  75%

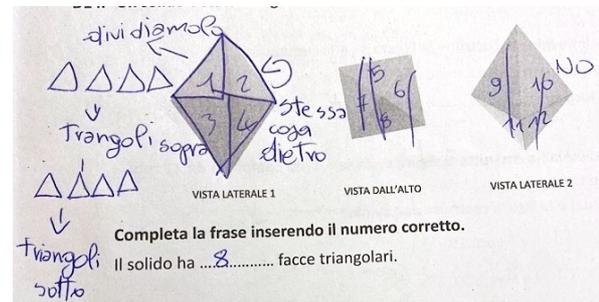
Nota. Nel fascicolo 1 della prova nazionale di matematica della classe seconda primaria, è presente una domanda in continuità con questa (D7).

DOMANDA	AMBITO PREVALENTE
<p>D31. Un solido è stato fotografato da tre punti di vista.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">    </div> <p style="text-align: center;"> <small>VISTA LATERALE 1      VISTA DALL'ALTO      VISTA LATERALE 2</small> </p> <p><b>Completa la frase inserendo il numero corretto.</b>                  Il solido ha ..... facce triangolari.</p>	SPAZIO E FIGURE
	DIMENSIONE
	Conoscere
	RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.
	TRAGUARDO
	Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.
	OBIETTIVO
	<i>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</i>
	SCOPO DELLA DOMANDA
	Riconoscere le facce di un solido mostrato da tre punti di vista

RISPOSTA CORRETTA	RISULTATI CAMPIONE			
<b>8</b>	Item	Mancante	Errata	Corretta
	<b>D31</b>	2,6%	49,4%	<b>48,0%</b>

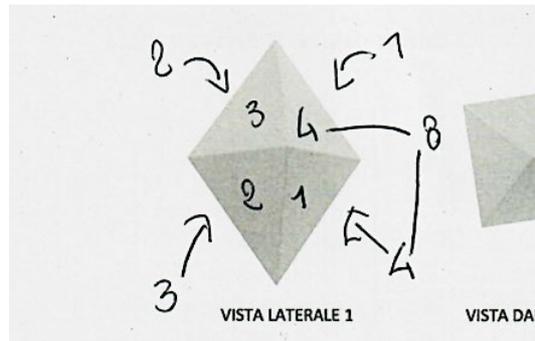
**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda chiede di ricavare il numero delle facce triangolari di una figura geometrica tridimensionale (un *ottaedro*), rappresentata da tre punti di vista differenti. Per rispondere è necessario connettere le informazioni che si desumono dalle tre prospettive. I protocolli sotto mostrano strategie di ragionamento che si rivelano efficaci nel mantenere il controllo sulle tre visualizzazioni. Nel protocollo a sinistra, quattro numeri sono attribuiti alle quattro facce in ciascuna vista e sono abbozzate a margine le viste immaginate delle facce "dietro o sotto". Sono sempre 4 le facce che si vedono e 4 le facce che non si vedono, da cui:  $4 + 4 = 8$ .



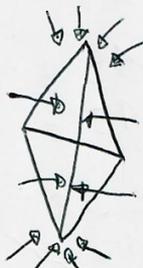
A destra, tutte le facce visibili nelle tre viste sono numerate da 1 a 12, ma l'ultima vista non è poi presa in considerazione ("NO" scritto a fianco) mentre l'attenzione si focalizza sulla prima e sulla seconda vista, tenendo insieme le informazioni sul numero di facce (numerate sino a 8). Infatti, dalla prima vista partono due frecce: l'una rimanda alla "stessa cosa dietro", intendendo che ci sono 4 facce davanti e 4 dietro; l'altra rimanda a "dividiamolo", intendendo tra sopra e sotto e inserendo l'informazione che proviene dalla seconda vista. Quattro triangoli disegnati rimandano dunque (con una freccia) ai "triangoli sopra" e altri quattro triangoli sono collegati con i "triangoli sotto". L'esempio che segue mostra un diverso sforzo immaginativo per visualizzare le facce non visibili, che si focalizza principalmente sulla prima vista del solido. Qui, le facce nel retro sono numerate da 1 a 4 e

indicate con delle frecce, quindi l'informazione quantitativa delle facce fronte e retro (4 fronte e 4 retro) conduce alla risposta "8".

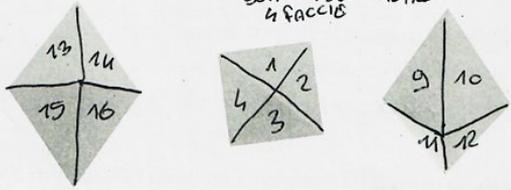


Difficoltà tipiche, rilevate dai protocolli, derivano dalla mancanza di controllo sulle facce non visibili, una volta considerate le diverse viste. Nel protocollo a sinistra, ad esempio, sono conteggiate 3 volte 4 facce, indicate dalle frecce. Nel protocollo a destra, sono conteggiate le 8 facce che sono visibili nelle prospettive laterali fornite (come se queste si completassero) più le 8 facce immaginate nella vista dall'alto (quattro numerate più altre quattro: "SOTTO CI SONO ALTRE 4 FACCE").

Il solido ha .....12..... facce triangolari.



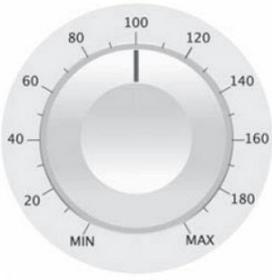
SOTTO CI SONO ALTRE 4 FACCE



VISTA LATERALE 1      VISTA DALL'ALTO      VISTA LATERALE 2

**Completa la frase inserendo il numero corretto.**  
 Il solido ha .....16..... facce triangolari.

DOMANDA				AMBITO PREVALENTE											
<p>D32. La tabella mostra la durata di alcuni film.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;"> <p>Sognando l'Africa</p>  </td> <td style="width: 25%;"> <p>Storia di un capitano</p>  </td> <td style="width: 25%;"> <p>La collina</p>  </td> <td style="width: 25%;"> <p>Viaggio in Oriente</p>  </td> </tr> <tr> <td>Durata: <b>86 minuti</b></td> <td>Durata: <b>99 minuti</b></td> <td>Durata: <b>124 minuti</b></td> <td>Durata: <b>180 minuti</b></td> </tr> </table> <p>Quale film ha una durata compresa fra un'ora e mezza e due ore?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Sognando l'Africa                  B. <input type="checkbox"/> Storia di un capitano                  C. <input type="checkbox"/> La collina                  D. <input type="checkbox"/> Viaggio in Oriente</p>				<p>Sognando l'Africa</p> 	<p>Storia di un capitano</p> 	<p>La collina</p> 	<p>Viaggio in Oriente</p> 	Durata: <b>86 minuti</b>	Durata: <b>99 minuti</b>	Durata: <b>124 minuti</b>	Durata: <b>180 minuti</b>	<p><b>NUMERI</b></p> <p><b>DIMENSIONE</b></p> <p><b>Risolvere problemi</b></p> <p><b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b></p> <p><b>TRAGUARDO</b>                      Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.</p> <p><b>OBIETTIVO</b>                      Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime.</p> <p><b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>                      Confrontare misure del tempo per risolvere una situazione problematica</p>			
<p>Sognando l'Africa</p> 	<p>Storia di un capitano</p> 	<p>La collina</p> 	<p>Viaggio in Oriente</p> 												
Durata: <b>86 minuti</b>	Durata: <b>99 minuti</b>	Durata: <b>124 minuti</b>	Durata: <b>180 minuti</b>												
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE													
<b>B</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>									
	<b>D32</b>	1,1%	7,8%	<b>48,6%</b>	21,4%	21,0%									
COMMENTI E OSSERVAZIONI															
<p>La domanda richiede di individuare il film che ha una durata compresa in un dato intervallo temporale: <i>tra un'ora e mezza e due ore</i>. Tutte le durate sono espresse in minuti.</p> <p>Le opzioni di risposta A e C si riferiscono ai film che hanno una durata rispettivamente inferiore a un'ora e mezza (86 minuti) e superiore a due ore (124 minuti). L'opzione di risposta D invece considera il film che dura tre ore (180 minuti).</p> <p>Una strategia di risoluzione efficace consiste nel convertire in minuti le misure dell'intervallo temporale (vale a dire, 1 ora e mezza in 90 minuti e due ore in 120 minuti) e poi rilevare quale durata può rientrare in questo intervallo.</p> <p>I protocolli che seguono mostrano invece un'altra strategia di ragionamento basata sulla conversione inversa, da minuti a ore, per le durate dei quattro film (con l'indicazione dei rispettivi minuti residui, o frazioni di ore).</p>															
<p>A. <input type="checkbox"/> Viaggio in Oriente                  B. <input type="checkbox"/> Sognando l'Africa                  C. <input checked="" type="checkbox"/> Storia di un capitano                  D. <input type="checkbox"/> La collina</p>		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Durata: <b>86 minuti</b> <i>1 ORA E 26 m.</i></td> <td>Durata: <b>99 minuti</b> <i>1 ORA E 39 m.</i></td> <td>Durata: <b>124 minuti</b> <i>2 ORE E 4 m.</i></td> <td>Durata: <b>180 minuti</b> <i>3 ORE</i></td> </tr> </table> <p>Quale film ha una durata compresa fra un'ora e mezza e due ore?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Sognando l'Africa                  B. <input checked="" type="checkbox"/> Storia di un capitano                  C. <input type="checkbox"/> La collina                  D. <input type="checkbox"/> Viaggio in Oriente</p> <p style="text-align: right;"><i>60 = 1 ORA 30 = MEZZ'ORA 90 = 1 ORA E MEZZA</i></p>					Durata: <b>86 minuti</b> <i>1 ORA E 26 m.</i>	Durata: <b>99 minuti</b> <i>1 ORA E 39 m.</i>	Durata: <b>124 minuti</b> <i>2 ORE E 4 m.</i>	Durata: <b>180 minuti</b> <i>3 ORE</i>					
Durata: <b>86 minuti</b> <i>1 ORA E 26 m.</i>	Durata: <b>99 minuti</b> <i>1 ORA E 39 m.</i>	Durata: <b>124 minuti</b> <i>2 ORE E 4 m.</i>	Durata: <b>180 minuti</b> <i>3 ORE</i>												

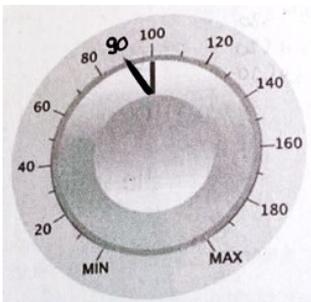
<b>DOMANDA</b>	<b>AMBITO PREVALENTE</b>
<p>D33. L'immagine mostra la manopola per regolare il volume di uno stereo: il livello del volume ora è 100.</p>  <p>Paolo ruota la manopola di 90° in senso antiorario per abbassare il livello del volume.</p> <p>Qual è ora il livello del volume dello stereo?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 10</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 40</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 90</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 160</p>	<b>SPAZIO E FIGURE</b>
	<b>DIMENSIONE</b>
	<b>Risolvere problemi</b>
	<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>
	<b>TRAGUARDO</b>
	Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
	<b>OBIETTIVO</b>
	<i>Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti.</i>
	<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>
	Interpretare una rotazione in un dato contesto

<b>RISPOSTA CORRETTA</b>	<b>RISULTATI CAMPIONE</b>					
<b>B</b>	<b>Item</b>	<b>Mancante</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
	<b>D33</b>	1,1%	16,1%	<b>63,0%</b>	8,8%	11,0%

**COMMENTI E OSSERVAZIONI**

La domanda presenta una situazione problematica in cui si vuole determinare l'effetto della *rotazione in senso antiorario di 90°* di una manopola, mostrata in un'immagine. Il testo fa riferimento esplicito all'azione di *abbassare* il volume, permettendo di collegare il significato del termine "antiorario" al contesto.

Per rispondere è necessario interpretare la variazione determinata dalla rotazione nel contesto specifico. L'opzione di risposta A rileva la differenza tra il valore 100 (associato al volume di partenza) e il numero 90, non considerato come ampiezza dell'angolo di rotazione. Si tratta di una tipica difficoltà legata alla considerazione dei soli dati numerici presenti nel testo, che può essere associata anche all'individuazione del valore 90 direttamente sulla manopola (tralasciando dunque il significato della rotazione), come mostra l'esempio qui sotto (legato alla scelta della risposta 10).



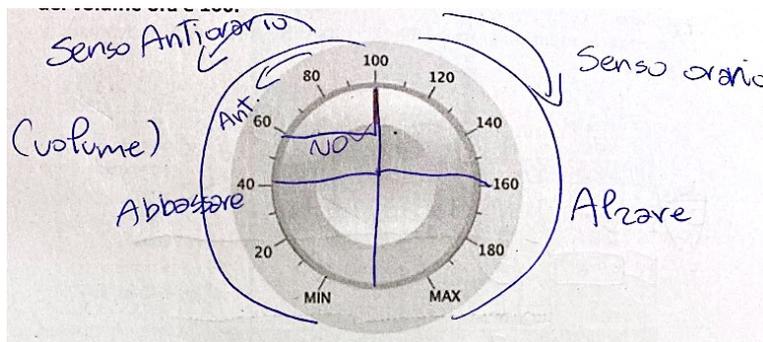
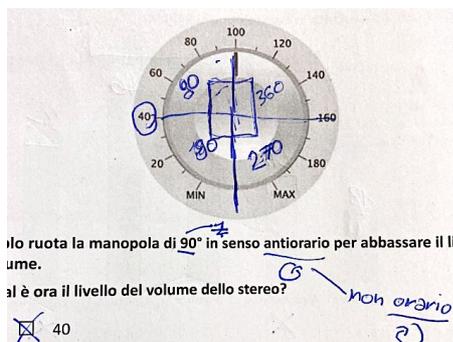
D'altra parte, da un punto di vista percettivo, l'angolo tra 90 e 100 sulla manopola è molto piccolo (15 gradi) tanto da poter considerare la sua ampiezza vicino a 10°.

L'opzione di risposta C intercetta la confusione tra il dato fornito per l'angolo di rotazione e i valori scritti sulla manopola e riferiti al livello del volume. L'opzione di risposta D considera il livello del volume ottenuto con una rotazione di 90° ma in senso orario, anziché antiorario.

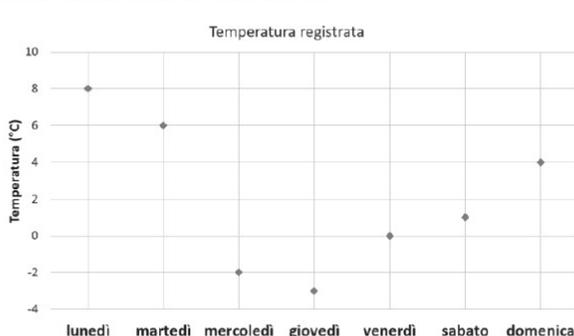
Strategie di ragionamento efficaci si basano su modalità di controllo delle informazioni fornite nel testo, in particolare quella relativa al verso della rotazione, e sulla necessità di operare con tali informazioni direttamente sull'immagine della manopola.

I protocolli che seguono illustrano strategie di questo tipo.

A sinistra, sono rimarcati sull'immagine l'angolo retto e le ulteriori suddivisioni dell'angolo giro. Efficace il lavoro fatto sul testo, dove i 90° dell'angolo di rotazione sono riferiti a "1/4" di angolo giro e la parola *antiorario* è sottolineata e tradotta nel segno di una freccia di rotazione e associata alla negazione dell'altro verso: "*non orario*", con "*orario*" a sua volta sottolineato e accompagnato da una freccia che indica il verso di rotazione opposto.



Il protocollo a destra mostra, attorno alla manopola, riassunte, tutte le informazioni utilizzate, sull'angolo di rotazione e sulla suddivisione dell'angolo giro in quarti e dunque, sul verso di rotazione ("*Senso Antiorario*", "*Ant.*", "*Senso orario*") e sull'azione di "*Abbassare*" o "*Alzare*" il volume nel contesto.

DOMANDA		AMBITO PREVALENTE					
<p>D34. Osserva il grafico della temperatura registrata alle 8:00 ogni giorno in una settimana di marzo in una località alpina.</p>  <p>Temperatura registrata</p> <p>Temperatura (°C)</p> <p>lunedì martedì mercoledì giovedì venerdì sabato domenica</p> <p>a. Qual è la temperatura registrata sabato?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 0 °C</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 0,5 °C</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 1 °C</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 1,5 °C</p> <p>b. Qual è la differenza tra la temperatura registrata martedì e quella registrata mercoledì?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> 5 °C</p> <p>B. <input type="checkbox"/> 8 °C</p> <p>C. <input type="checkbox"/> 6 °C</p> <p>D. <input type="checkbox"/> 4 °C</p>		<b>DATI E PREVISIONI</b>					
		<b>DIMENSIONE</b>					
		<b>Risolvere problemi</b>					
		<b>RIFERIMENTI INDICAZIONI NAZ.</b>					
		<b>TRAGUARDO</b>					
		Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.					
		<b>OBIETTIVO</b>					
		<i>Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni.</i>					
		<b>SCOPO DELLA DOMANDA</b>					
		Ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico					
RISPOSTA CORRETTA		RISULTATI CAMPIONE					
<b>a. C</b>		Item	Mancante	A	B	C	D
<b>b. B</b>		<b>D34a</b>	0,8%	2,4%	9,1%	<b>73,4%</b>	14,3%
		<b>D34b</b>	1,1%	5,3%	<b>61,2%</b>	9,7%	22,8%
COMMENTI E OSSERVAZIONI							
<p>La domanda richiede di ricavare informazioni da dati rappresentati in un grafico delle temperature dove i valori sono espressi anche mediante numeri negativi e compresi tra -3 e +8. Il grafico non utilizza una scala unitaria per la temperatura, ha invece metrica 2 (che può costituire un elemento di difficoltà nella lettura dei dati dalla rappresentazione) e considera l'intervallo tra -4 °C e +10 °C per la variabilità della temperatura.</p> <p>L'item (a) chiede di leggere la temperatura in un preciso giorno della settimana (<i>sabato</i>).</p> <p>È necessario desumere che si tratta di un valore esattamente a metà tra 0 e 2, cioè 1. È anche possibile procedere con un ragionamento per esclusione sulle opzioni di risposta, che considerano tutti i valori compresi tra 0 e 2, individuando le relative altezze sul grafico.</p> <p>L'item (b) chiede di individuare la differenza di temperatura in due giorni consecutivi: <i>martedì</i> (6 °C) e <i>mercoledì</i> (-2 °C).</p> <p>Le opzioni di risposta A, C e D intercettano tipiche difficoltà di lettura del grafico, presentando nello specifico: il numero di linee orizzontali della griglia interessate dal passaggio da 6 a -2, considerando anche il punto di partenza (5), il numero delle linee nel passaggio da 6 al fondo del grafico (6) e il numero di intervalli di ampiezza 2 nel passaggio da 6 a -2 (4).</p> <p>Strategie di risoluzione efficaci che conducono alla scelta della risposta 8 risiedono nel lavorare direttamente sulla rappresentazione grafica e nel procedere per intervalli successivi di 2 gradi, come esemplificano i protocolli sotto. In tutti è sfruttata la scala proprio per individuare, in verticale, la "distanza" tra i due valori della temperatura considerati.</p>							

Negli esempi a sinistra e al centro, sono utilizzati multipli di 2 per operare il conteggio, rispettivamente procedendo dal basso verso l'alto e dall'alto verso il basso. Nel protocollo centrale è interessante notare che sull'asse verticale sono state aggiunte anche le etichette relative agli interi intermedi (dal basso: "-3", "-1", "1", "3" e così via) e sono stati cerchiati i punti presi in considerazione per rispondere ai due item. Nell'esempio a destra, infine, si evince dai numeri e dai segni scritti sul grafico che la distanza di 8° è ottenuta dall'addizione ripetuta di 2 ("2+") preso quattro volte.

