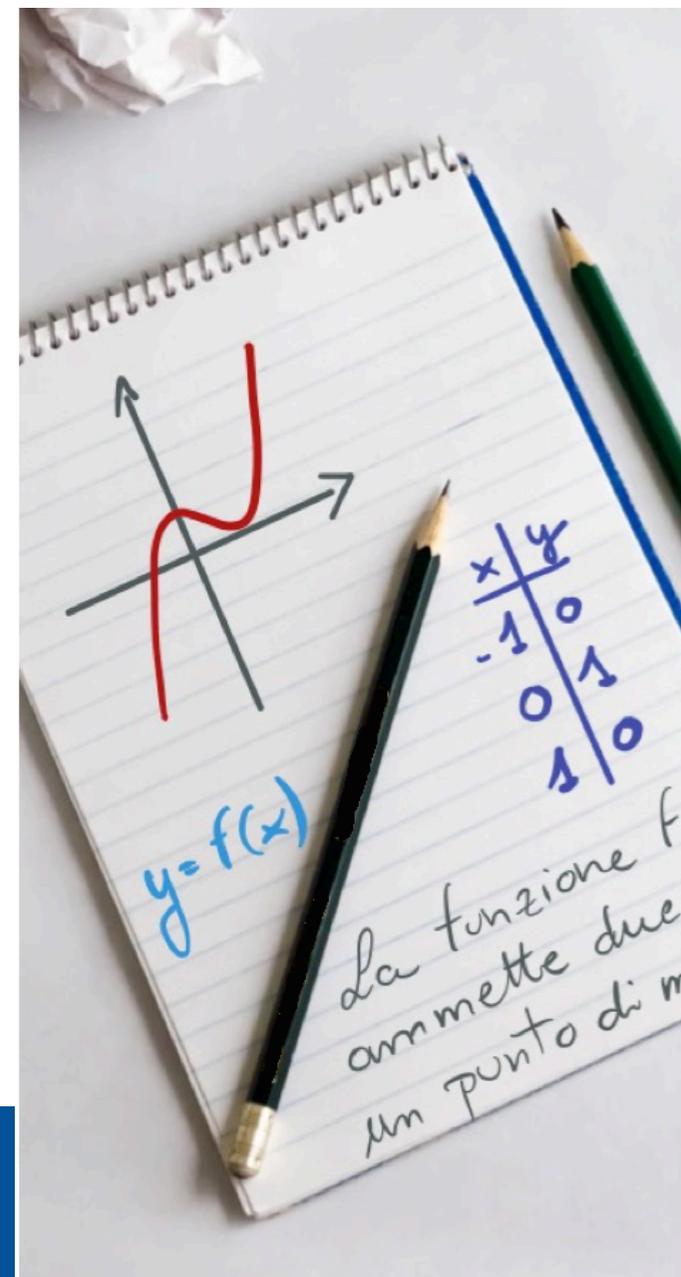


Le funzioni: tra la formula e il grafico c'è di mezzo il ...

Proposta didattica: un confronto tra funzioni con diversi andamenti (lineare, quadratico, esponenziale)

Silvia Beltramino

Nicoletta Nolli



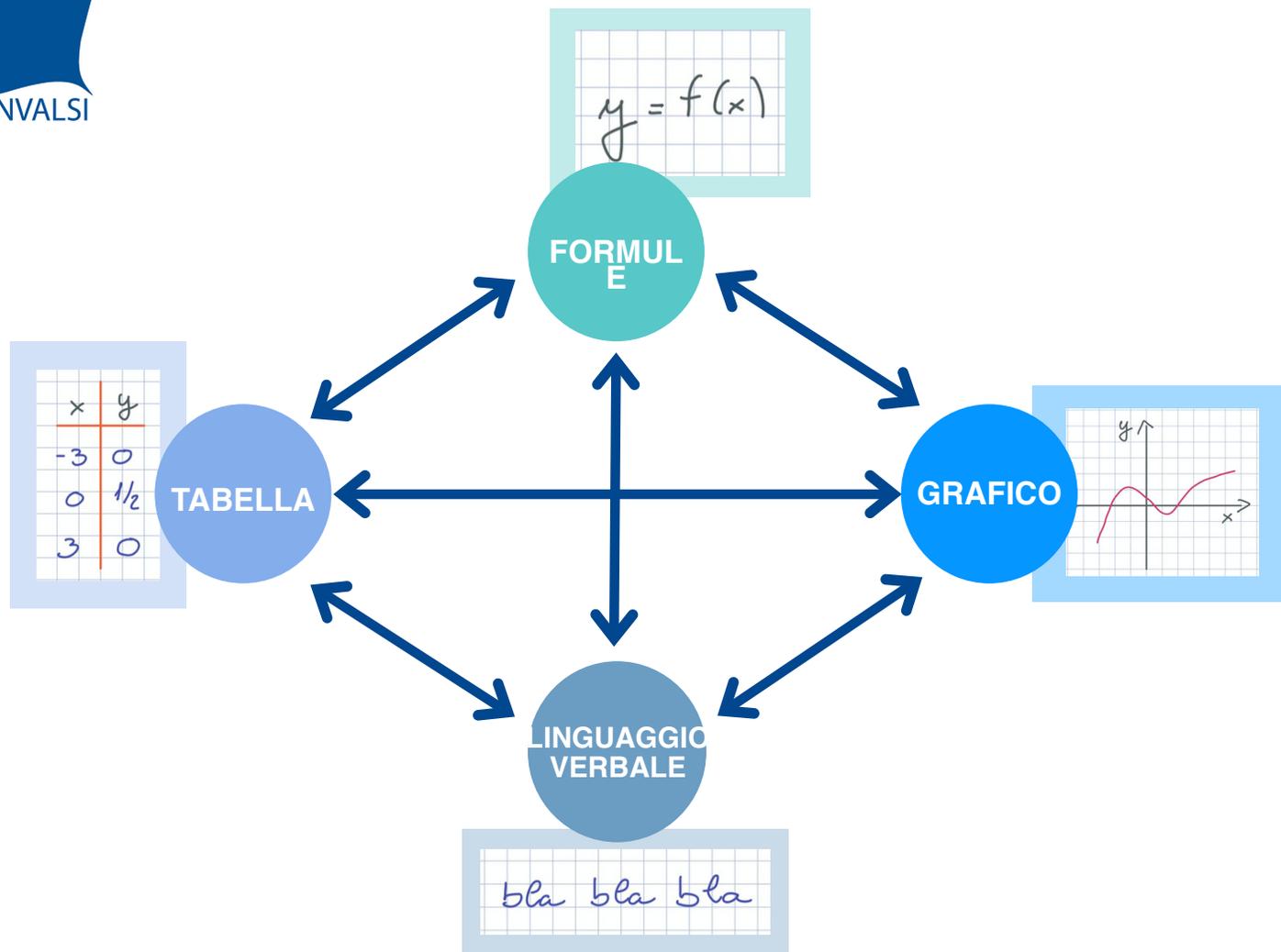


Presentazione del problema:

«In che modo si cresce?» Matematica 2003 – UMI
«Ognuno cresce a modo suo» Piano m@t.abel – Indire

Descrizione dell'attività in classe

Generalizzazione del problema: possibili spunti per un
ampliamento dell'attività



Lo studente sarà in grado di passare agevolmente da un registro di rappresentazione a un altro (numerico, grafico, funzionale), anche utilizzando strumenti informatici per la rappresentazione dei dati.



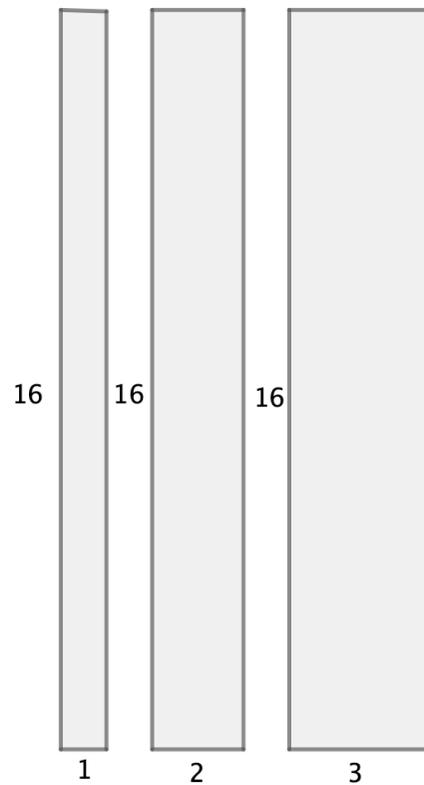
**I passaggi di rappresentazione
diventano utili strumenti per
apprendere nuove conoscenze**

E in classe?

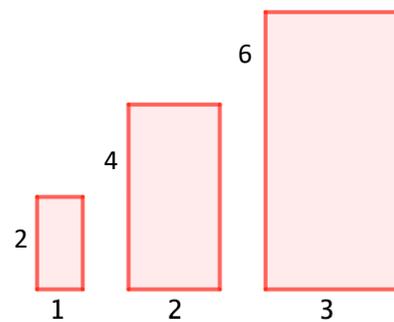
Rivisitazione di «In che modo si cresce?» «Ognuno cresce a modo suo»

Matematica 2003 – UMI

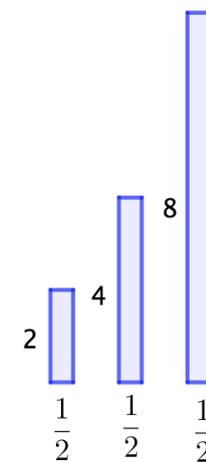
Attività del piano m@t.abel - Indire



Famiglia A



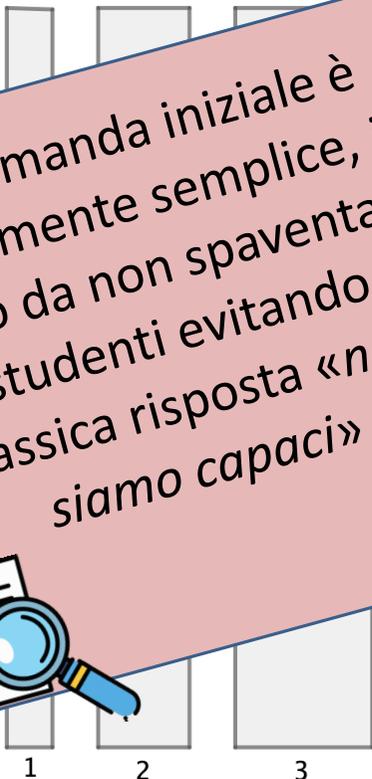
Famiglia B



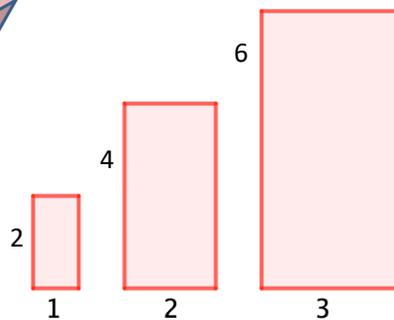
Famiglia C

Esistono rettangoli equivalenti contenuti in tutte e tre le famiglie?
Se sì, quali?

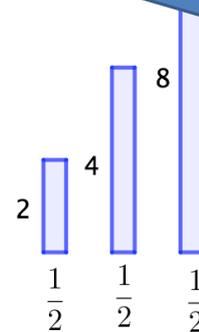
La domanda iniziale è volutamente semplice, in modo da non spaventare gli studenti evitando la classica risposta «non siamo capaci»



Famiglia A



Famiglia B



Famiglia C

Lo scopo dell'attività è di osservare crescite diverse per differenti famiglie di funzioni

Esistono rettangoli equivalenti contenuti in tutte e tre le famiglie?
Se sì, quali?



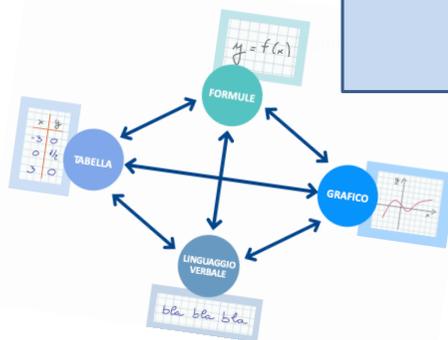
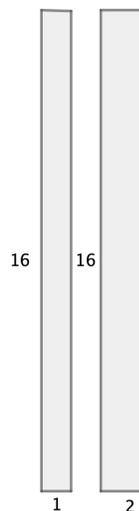
- Lavoro in piccoli gruppi
- Scelta degli strumenti idonei a cura dello studente, ma ogni gruppo dovrebbe avere un pc a disposizione
- Risposta scritta, unica per il gruppo
- Lavorare su fogli condivisi
- Docente errante
- Attenzione al tempo concesso per il lavoro

Passo	F_A	F_B	F_C
1	16	2	1
2	32	8	2
3	48	18	4
4	64	32	8
5	80	50	16
6	96	72	32
7	112	98	64
8	128	128	128
9	144	162	256
10	160	200	512
11	176	242	1024
12	192	288	2048
13	208	338	4096
14	224	392	8192
15	240	450	16384
16	256	512	32768
17	272	578	65536
18	288	648	131072
19	304	722	262144
20	320	800	524288

Prevalentemente gli studenti rispondono utilizzando strategie numeriche.

Il compito del docente è:

- guidare gli alunni verso le corrette formule che esprimono la variazione delle aree in funzione del passo e alla loro rappresentazione grafica
- sottolineare la presenza di funzioni che crescono in modo differente



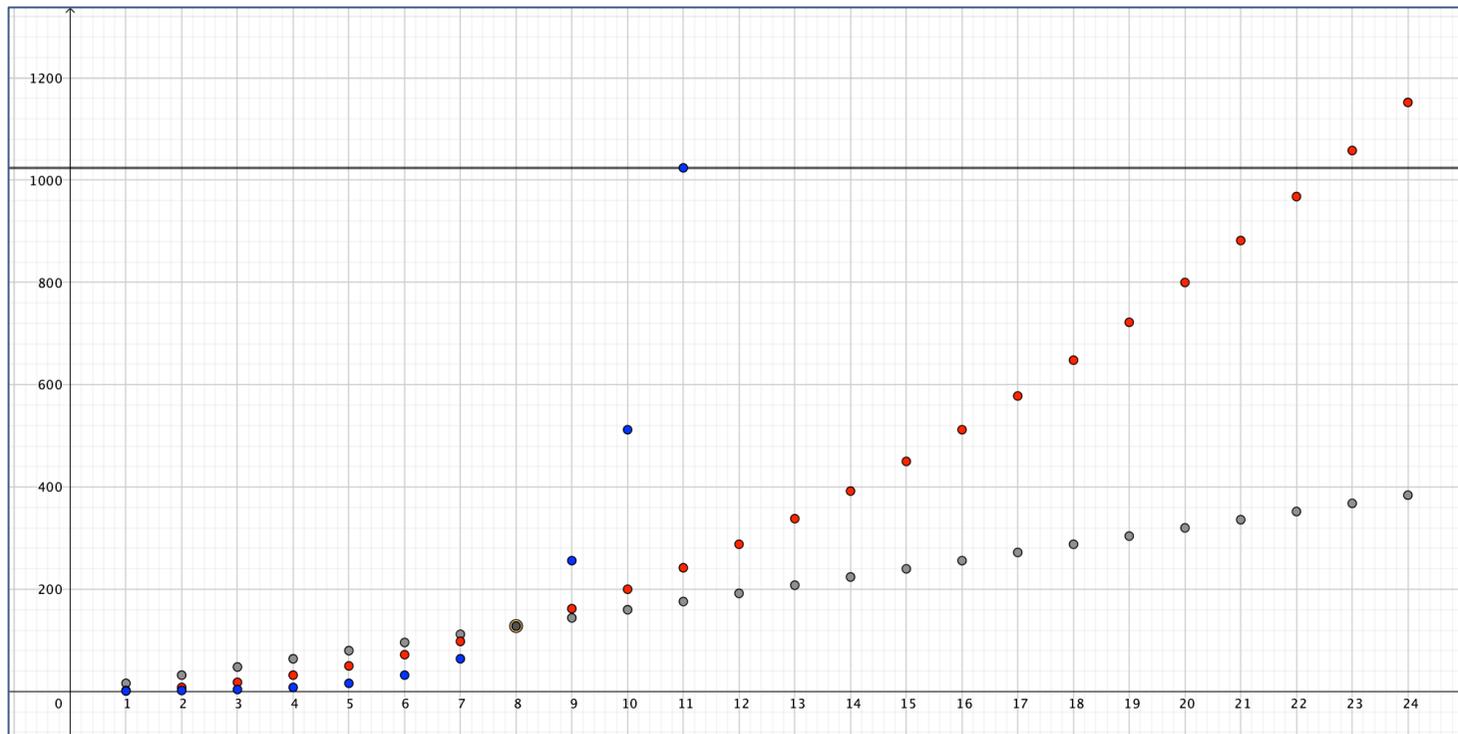
Discussione in classe



Passo	F_A	F_B	F_C
1	16	2	1
2	32	8	2
3	48	18	4
4	64	32	8
5	80	50	16
6	96	72	32
7	112	98	64
8	128	128	128
9	144	162	256
10	160	200	512
11	176	242	1024
12	192	288	2048
13	208	338	4096
14	224	392	8192
15	240	450	16384
16	256	512	32768
17	272	578	65536
18	288	648	131072
19	304	722	262144
20	320	800	524288

Discussione

- Esistono altri rettangoli oltre a quelli individuati con la caratteristica di avere la stessa area?
- Siamo sicuri che un rettangolo con l'area pari ad 800 non sia presente in tutte e 3 le famiglie?
- E un rettangolo con area pari a 1024?



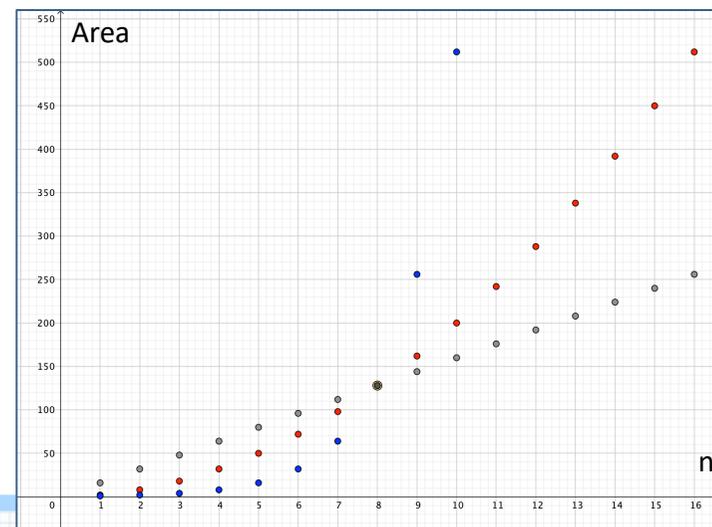
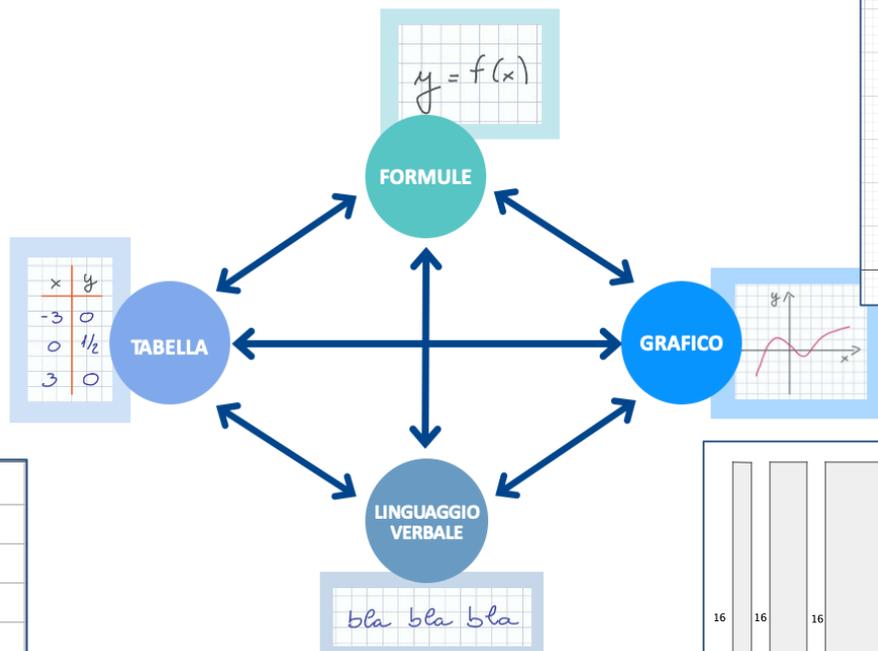
Discussione

- Esistono altri rettangoli oltre a quelli individuati con la caratteristica di avere la stessa area?
- Siamo sicuri che un rettangolo con l'area pari ad 800 non sia presente in tutte e 3 le famiglie?
- E un rettangolo con area pari a 1024?

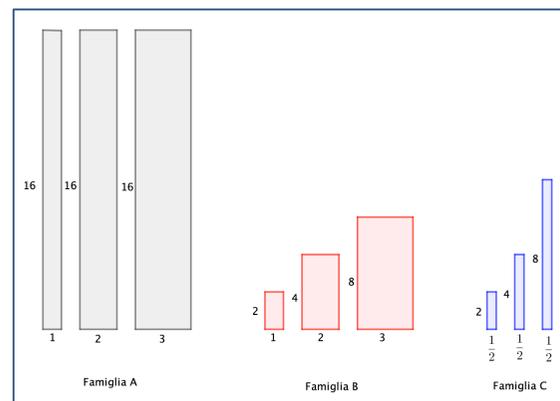
$$A(n) = 16 \cdot n$$

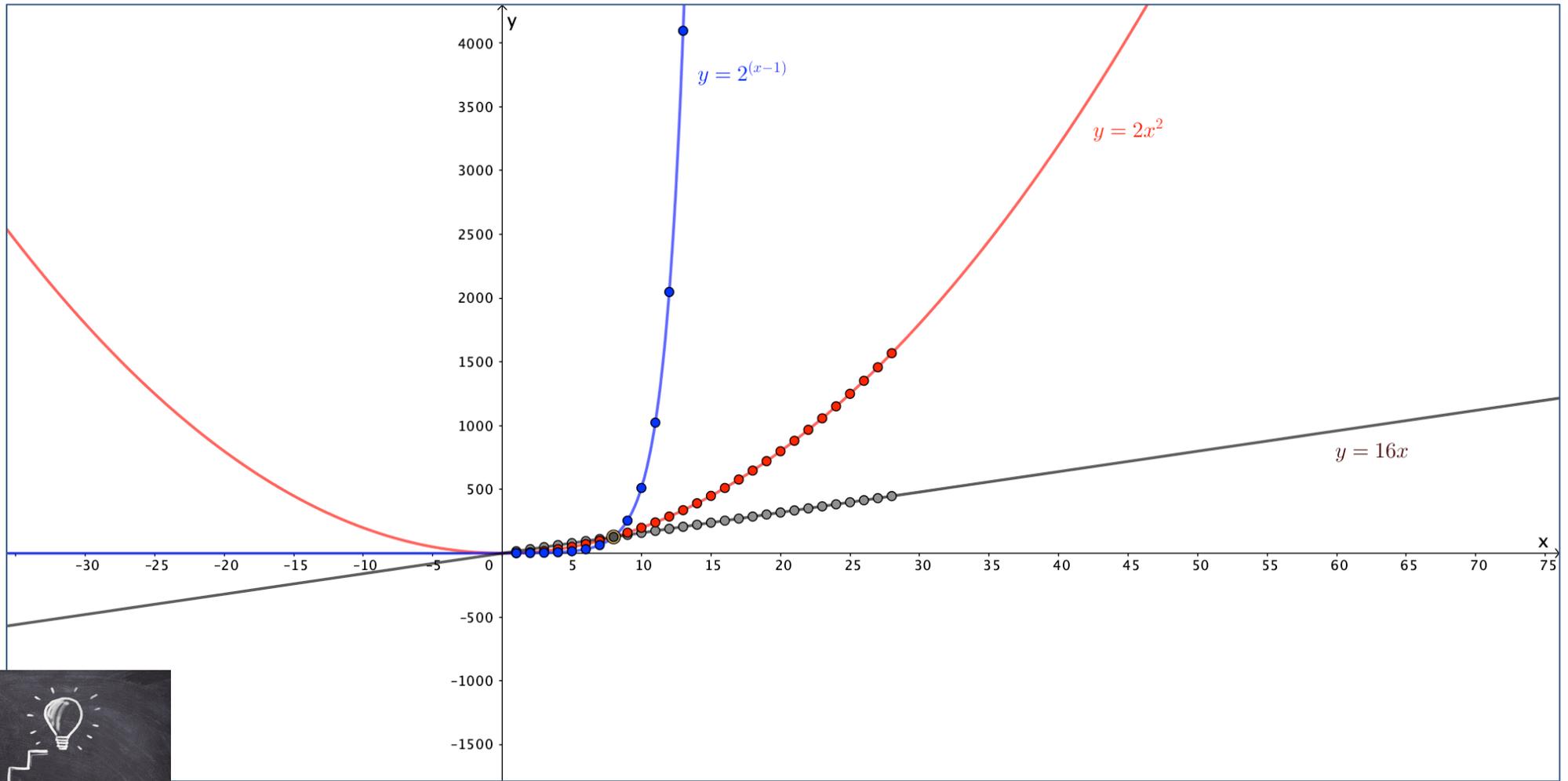
$$B(n) = 2 \cdot n^2$$

$$C(n) = 2^{n-1}$$



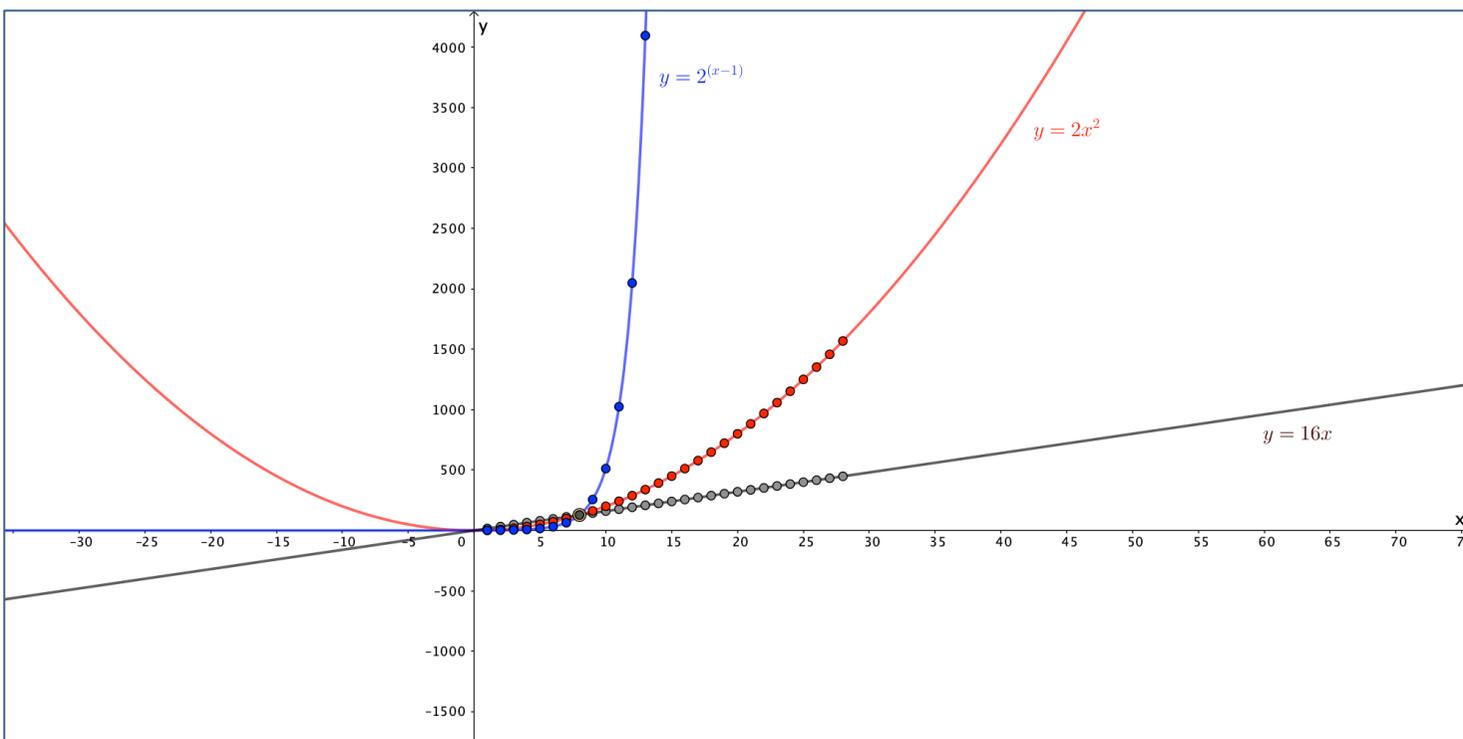
Passo	F _A	F _B	F _C
1	16	2	1
2	32	8	2
3	48	18	4
4	64	32	8
5	80	50	16
6	96	72	32
7	112	98	64
8	128	128	128
9	144	162	256
10	160	200	512
11	176	242	1024
12	192	288	2048

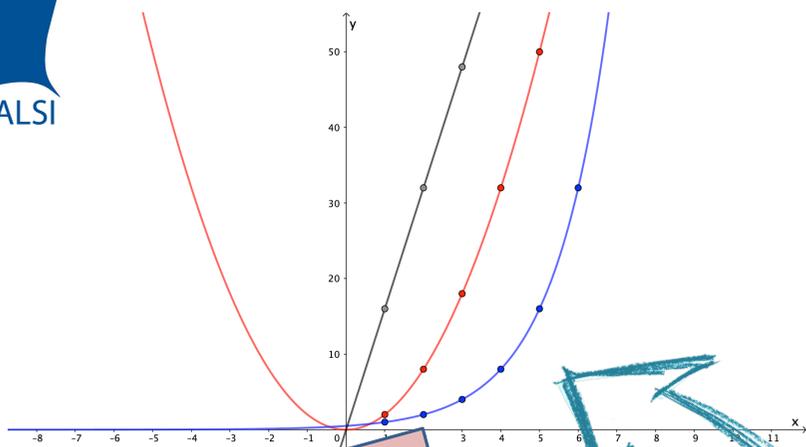




Attenzione al passaggio al continuo

- Esiste una sovrapposizione tra i grafici delle funzioni e i punti delle successioni?
- Quali sono le condizioni di esistenza delle funzioni?
- Quali sono le differenze tra le funzioni e le successioni?
- Osservate il segno delle funzioni, gli zeri,





È importante favorire un'esplorazione del grafico e della tabella congiunta che porta alla comprensione del concetto di velocità di crescita



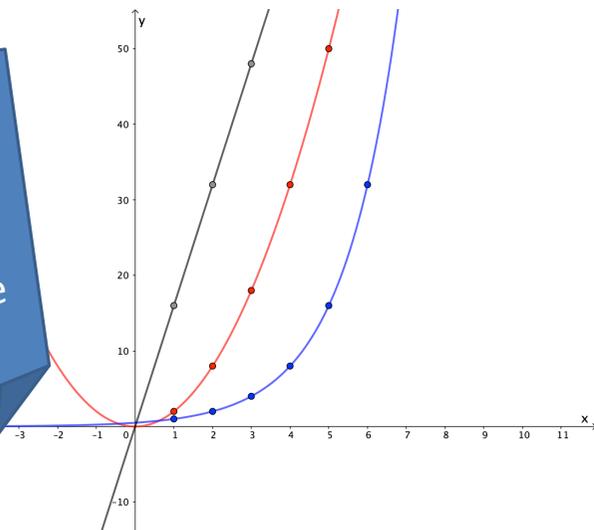
Passo	F_A	F_B	F_C
1	16	2	1
2	32	8	2
3	48	18	4
4	64	32	8
5	80	50	16
6	96	72	32
7	112	98	64
8	128	128	128
9	144	162	256
10	160	200	512
11	176	242	1024
12	192	288	2048
13	208	338	4096
14	224	392	8192
15	240	450	16384
16	256	512	32768
17	272	578	65536
18	288	648	131072
19	304	722	262144
20	320	800	524288
21	336	882	1048576
22	352	968	2097152
23	368	1058	4194304

Lezione dialogata con opportuni software per rappresentare le funzioni

- Al crescere del passo n , le aree crescono?
- C'è una famiglia le cui aree *crescono sempre più velocemente* delle altre?

Un tema importante di studio sarà il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione.

Ministero dell'Istruzione
Ministero dell'Università e della Ricerca



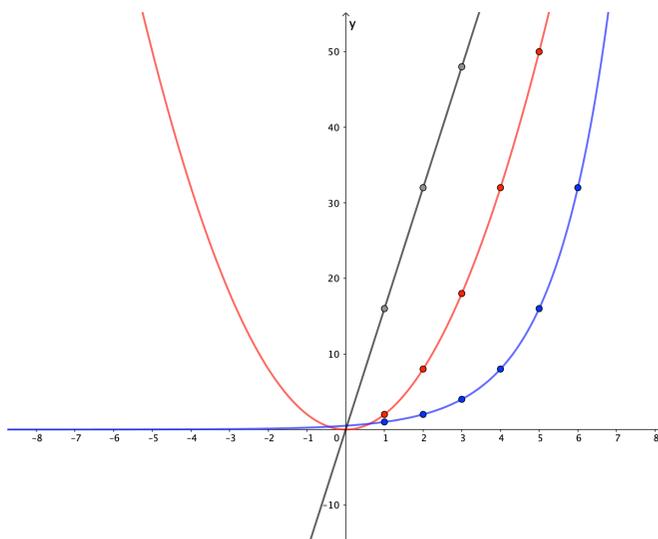
Passo prime	Fa seconde	Differenze.	Differenze
2	32	16	
3	48	16	0
4	64	16	0
5	80	16	0
6	96	16	0
7	112	16	0
8	128	16	0
9	144	16	0
10	160	16	0
11	176	16	0
12	192	16	0
13	208	16	0
14	224	16	0
15	240	16	0
16	256	16	0
17	272	16	0
18	288	16	0
19	304	16	0
20	320	16	0

Passo	Fb prime	Differenze. seconde	Differenze
2	8	6	
3	18	10	4
4	32	14	4
5	50	18	4
6	72	22	4
7	98	26	4
8	128	30	4
9	162	34	4
10	200	38	4
11	242	42	4
12	288	46	4
13	338	50	4
14	392	54	4
15	450	58	4
16	512	62	4
17	578	66	4
18	648	70	4
19	722	74	4
20	800	78	4

Passo	Fc prime	Differenze. seconde	Differenze
2	2	1	
3	4	2	1
4	8	4	2
5	16	8	4
6	32	16	8
7	64	32	16
8	128	64	32
9	256	128	64
10	512	256	128
11	1024	512	256
12	2048	1024	512
13	4096	2048	1024
14	8192	4096	2048
15	16384	8192	4096
16	32768	16384	8192
17	65536	32768	16384
18	131072	65536	32768
19	262144	131072	65536
20	524288	262144	131072

Differenze finite prime: un primo approccio alla crescita e decrescenza delle funzioni

Le funzioni non variano tutte allo stesso modo



Differenze finite
 seconde: un modo per
 approcciarsi allo
 studio della concavità
 delle funzioni

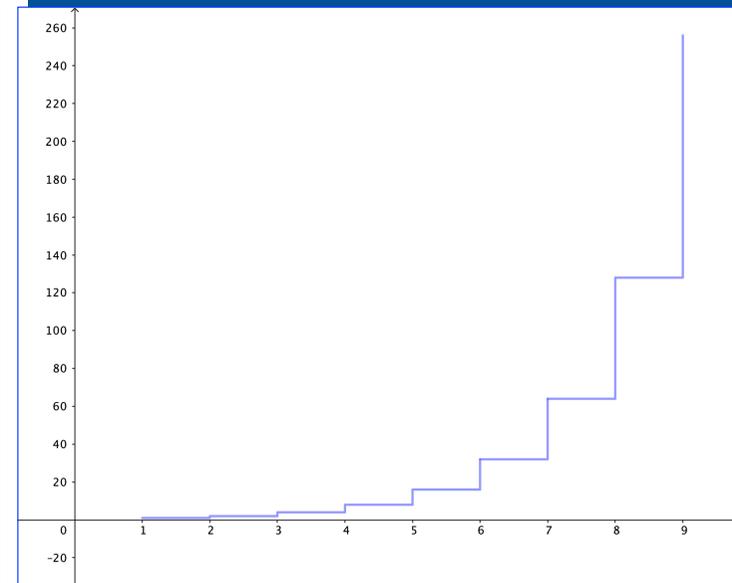
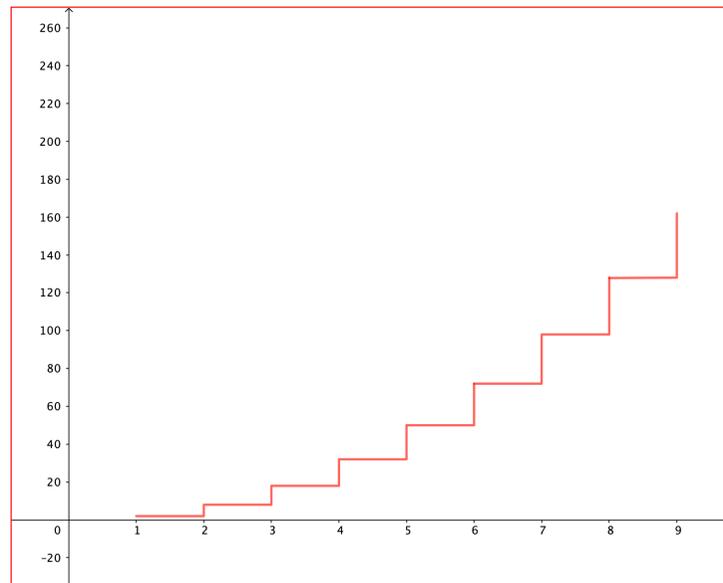
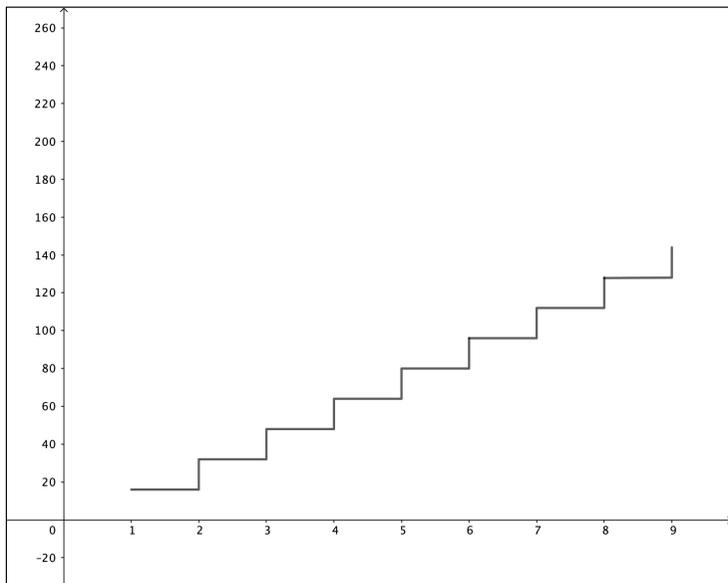
Differenze finite
 prime: un primo
 approccio alla
 crescita e
 decrescenza delle
 funzioni

Passo prime	Fa seconde	Differenze.	
		Differenze	Differenze
1	16		
2	32	16	
3	48	16	0
4	64	16	0
5	80	16	0
6	96	16	0
7	112	16	0
8	128	16	0
9	144	16	0
10	160	16	0
11	176	16	0
12	192	16	0
13	208	16	0
14	224	16	0
15	240	16	0
16	256	16	0
17	272	16	0
18	288	16	0
19	304	16	0
20	320	16	0

Passo	Fb prime	Differenze.	
		Differenze	Differenze
		seconde	seconde
1	2		
2	8	6	
3	18	10	4
4	32	14	4
5	50	18	4
6	72	22	4
7	98	26	4
8	128	30	4
9	162	34	4
10	200	38	4
11	242	42	4
12	288	46	4
13	338	50	4
14	392	54	4
15	450	58	4
16	512	62	4
17	578	66	4
18	648	70	4
19	722	74	4
20	800	78	4

Passo	Fc prime	Differenze.	
		Differenze	Differenze
		seconde	seconde
1	1		
2	2	1	
3	4	2	1
4	8	4	2
5	16	8	4
6	32	16	8
7	64	32	16
8	128	64	32
9	256	128	64
10	512	256	128
11	1024	512	256
12	2048	1024	512
13	4096	2048	1024
14	8192	4096	2048
15	16384	8192	4096
16	32768	16384	8192
17	65536	32768	16384
18	131072	65536	32768
19	262144	131072	65536
20	524288	262144	131072

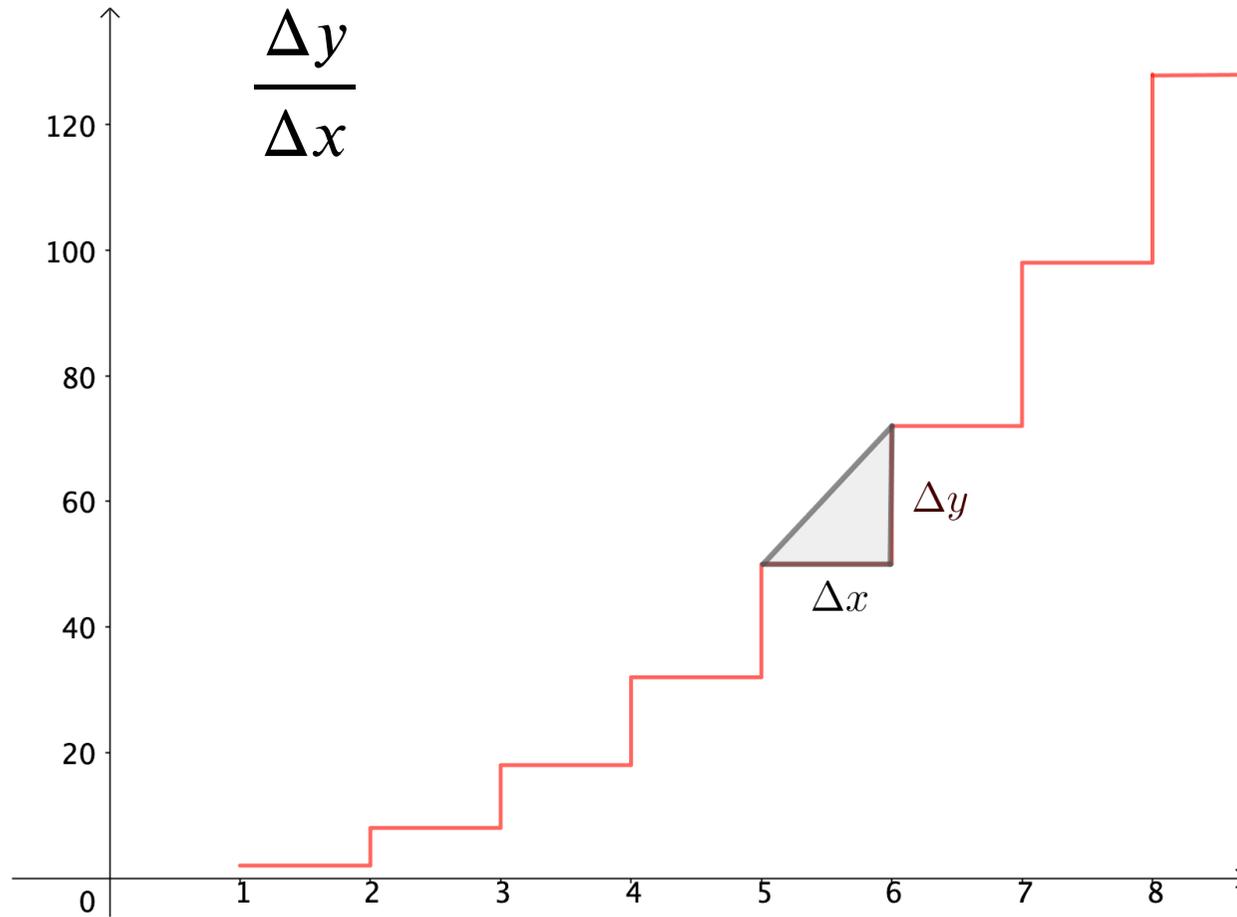
Le funzioni non crescono tutte
 allo stesso modo



Passo prime	Fa seconde	Differenze.	Differenze
1	16		
2	32	16	
3	48	16	0
4	64	16	0
5	80	16	0
6	96	16	0
7	112	16	0
8	128	16	0
9	144	16	0
10	160	16	0
11	176	16	0
12	192	16	0
13	208	16	0
14	224	16	0
15	240	16	0

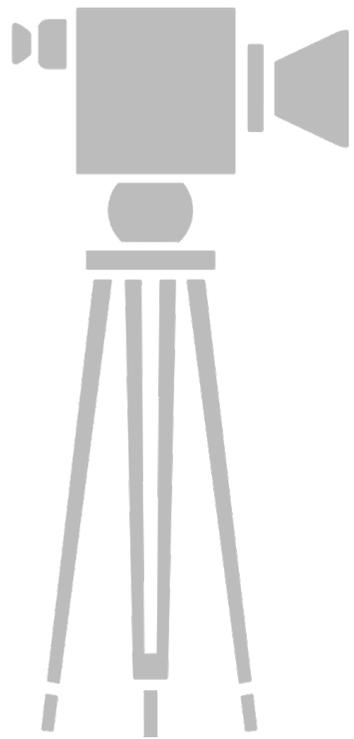
Passo	Fb prime	Differenze.	Differenze
1	2		
2	8	6	
3	18	10	4
4	32	14	4
5	50	18	4
6	72	22	4
7	98	26	4
8	128	30	4
9	162	34	4
10	200	38	4
11	242	42	4
12	288	46	4
13	338	50	4
14	392	54	4
15	450	58	4

Passo prime	Fc seconde	Differenze.	Differenze
1	1		
2	2	1	
3	4	2	1
4	8	4	2
5	16	8	4
6	32	16	8
7	64	32	16
8	128	64	32
9	256	128	64
10	512	256	128
11	1024	512	256
12	2048	1024	512
13	4096	2048	1024
14	8192	4096	2048
15	16384	8192	4096



Rapporto incrementale
e derivate

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Grazie per la vostra attenzione