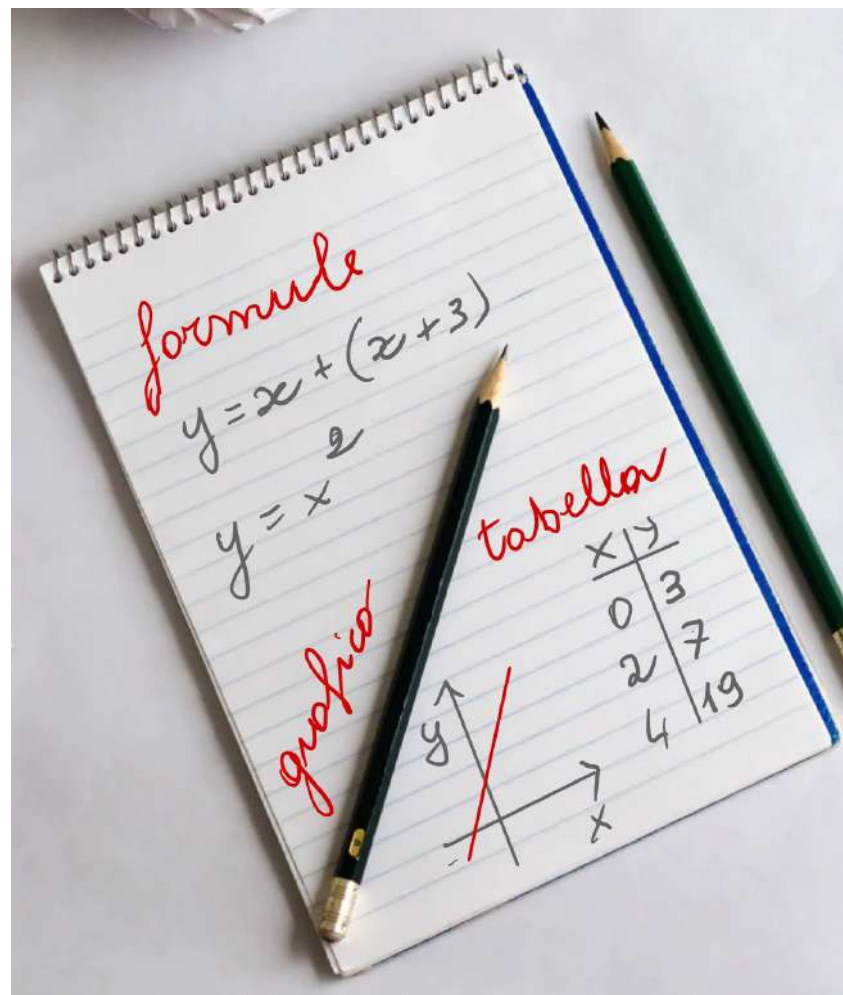


## Approfondimento 2

**VERSO LE FUNZIONI:  
formule, tabelle e grafici**

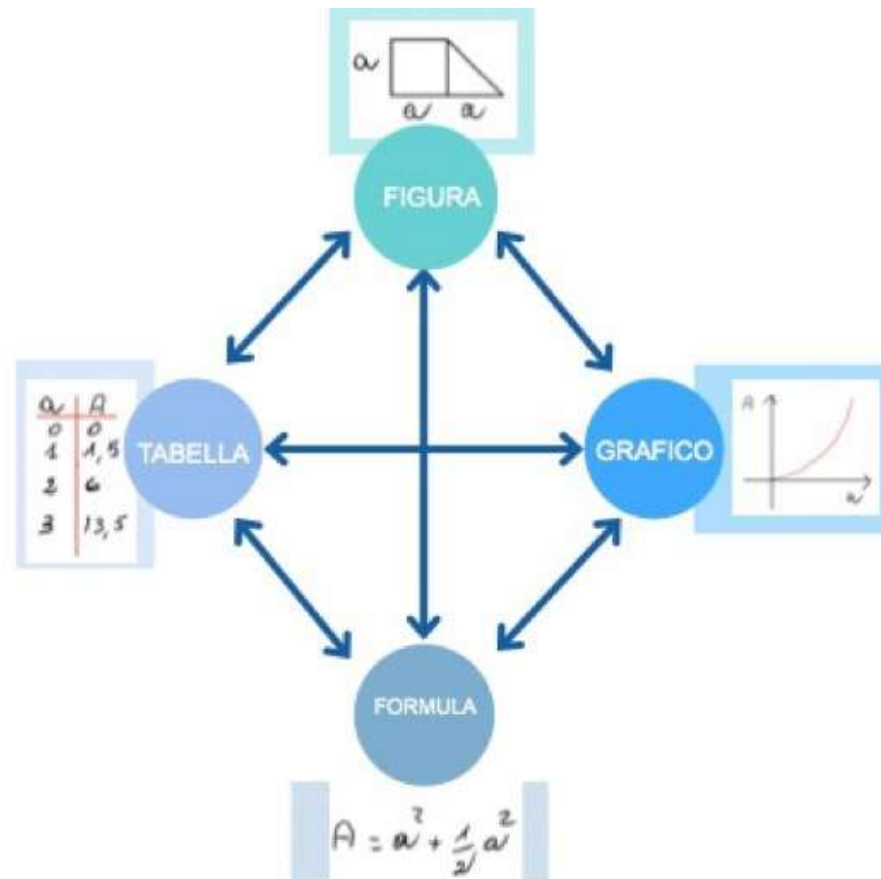


Scuola secondaria di primo grado

Rossella Garuti

# Registri diversi di rappresentazione: formule, tabelle e grafici

FOCUS



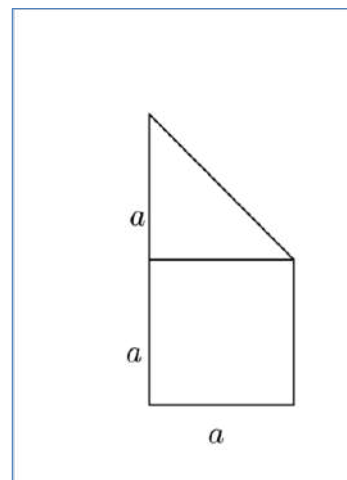
## Approfondimento 2. verso le funzioni

INVALSI

Riprendiamo la domanda del percorso didattico

Scegli due formule e compila una **tabella** facendo variare  $A$  al variare di  $a$ .

Disegna per punti il **grafico** relativo

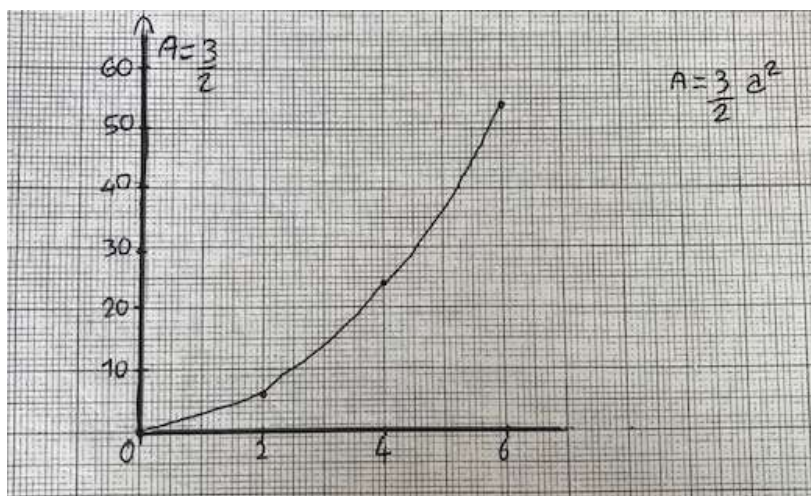


# Dalla formula alla tabella e al grafico

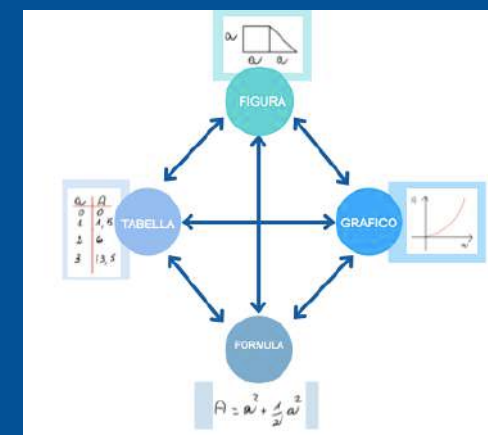
1. Scegli due formule e compila una **tabella** facendo variare  $A$  al variare di  $a$ .

2. Disegna il **grafico** relativo

1° TABELLA		2° TABELLA	
$a$	$A = \frac{2}{3} a^2$	$a$	$A = 2^2 + \frac{1}{2} a^2$
0	0	0	0
2	$\frac{3}{2} \cdot 2^2 = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$	$2^2 + \frac{2^2}{2} = 4 + \frac{4}{2} = 6$	
4	$\frac{3}{2} \cdot 4^2 = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24$	$4^2 + \frac{4^2}{2} = 16 + \frac{16}{2} = 24$	
6	$\frac{3}{2} \cdot 6^2 = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54$	$4^2 + \frac{6^2}{2} = 36 + \frac{36}{2} = 54$	



Registri di rappresentazione diversi



## Dalla formula alla tabella e al grafico

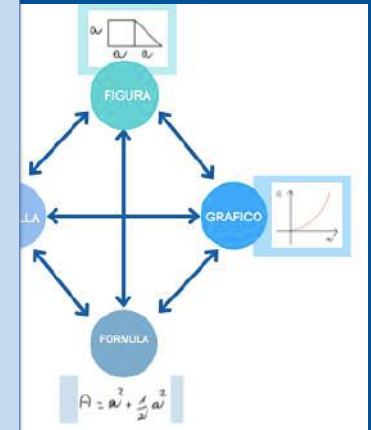
1. Scegli due formule e compila una **tabella** facendo variare  $A$  al variare di  $a$ .

2. Disegna il **grafico** relativo



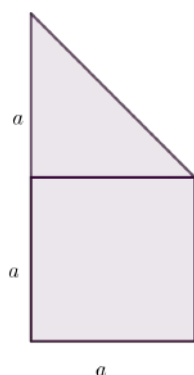
- ✓ E' importante che le tabelle siano costruite attraverso un calcolo "manuale" per evidenziare che il risultato è sempre lo stesso
- ✓ E' importante che la costruzione per punti del grafico sia fatta "manualmente".
- ✓ Solo in un secondo tempo eventualmente passare a software di geometria dinamica

Registri di  
presentazione  
diversi

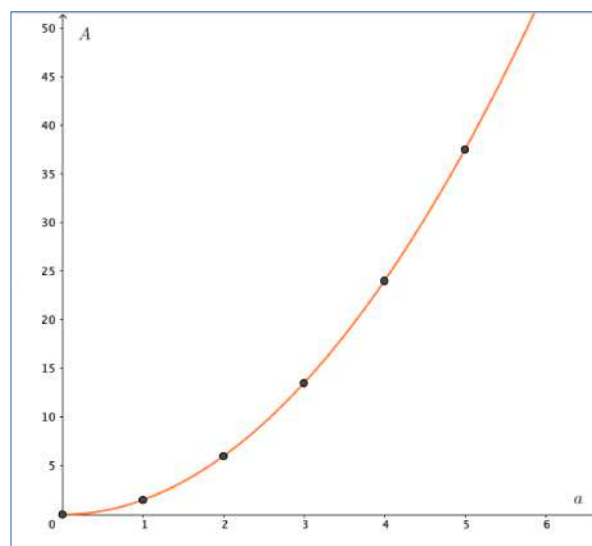


# Dalla formula alla tabella e al grafico

L'uso di un software di geometria dinamica rende il passaggio da un registro di rappresentazione all'altro molto più fluido.

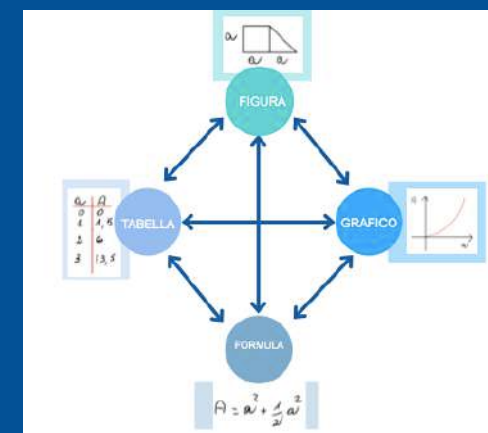


$$A = \frac{3}{2}a^2$$



$a$	$A$
0	0
1	1.5
2	6
3	13.5
4	24
5	37.5

Registri di rappresentazione diversi



## Abbandoniamo la geometria.....per incontrare le funzioni

Considera la seguente formula

$$y = 8 - x$$

1. *Prova ad immaginare come varia  $y$  e al variare di  $x$  :*

- *Se  $x$  aumenta cosa succede a  $y$ ?*
- *Se  $x$  diminuisce cosa succede a  $y$ ?*
- *Se  $x = 0$  cosa succede a  $y$ ?*
- *Se  $y = 0$  cosa succede a  $x$ ?*

*Considera valori di  $x$  sia positivi sia negativi.*

2. *Come potrebbe risultare il grafico? Prova a descriverlo.*



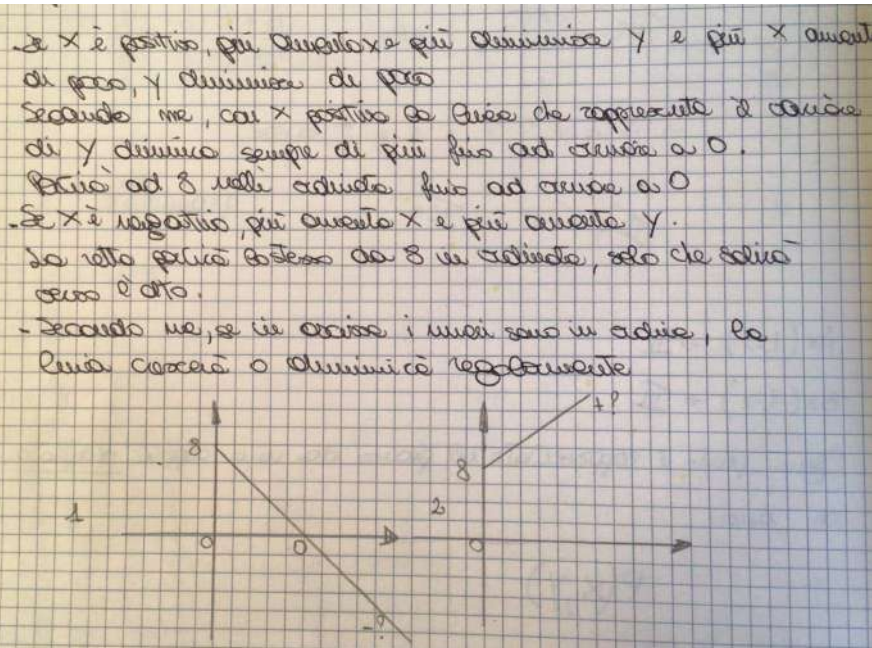
*Assegna a  $x$  valori da -5 a +5 e costruisci il grafico per punti.*

❖ *Espressione algebrica  
come FUNZIONE*





# Abbandoniamo la geometria.....per incontrare le funzioni



Andrea

❖ Espressione algebrica come FUNZIONE



«Se  $x$  è positivo, più aumenta  $x$  e più diminuisce  $y$  e più  $x$  aumenta di poco,  $y$  diminuisce di poco. Secondo me con  $x$  positivo la linea che rappresenta il variare di  $y$  diminuisce sempre più fino ad arrivare a 0. Partirà da 8 nell'ordinata fino ad arrivare a 0.

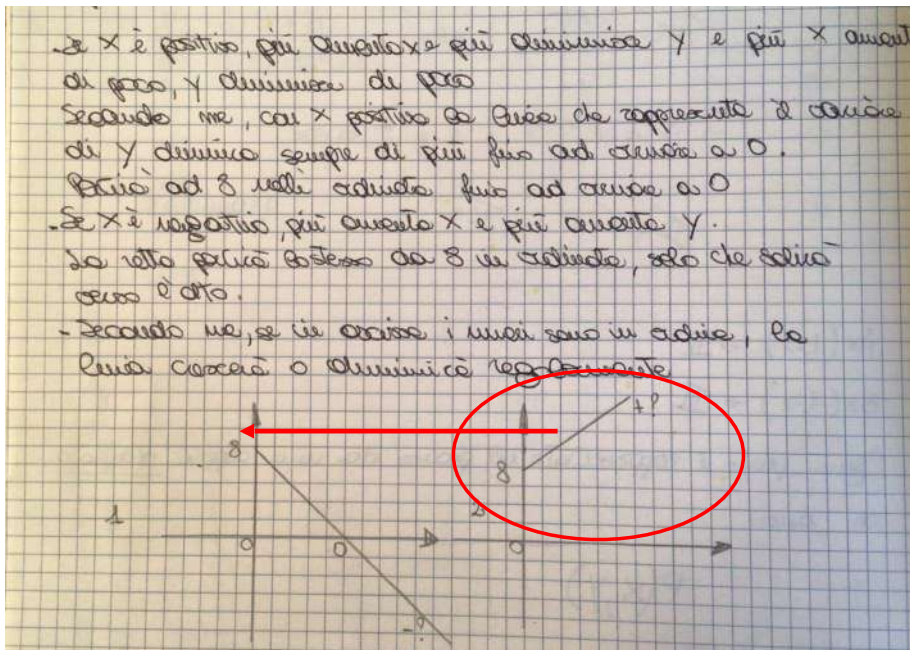
Se  $x$  è negativo più aumenta  $x$  e più aumenta  $y$ . La retta partirà lo stesso da 8 in ordinata solo che salirà verso l'alto.

Secondo me se in ascissa i valori sono in ordine, la linea crescerà regolarmente.»

«Andrea»



# Abbandoniamo la geometria.....per incontrare le funzioni



- Il linguaggio è «sporco», ma sarà affinato in seguito.
- L'aspetto interessante è quello di riuscire a vedere la variazione di  $y$  al variare di  $x$

❖ Espressione algebrica come FUNZIONE



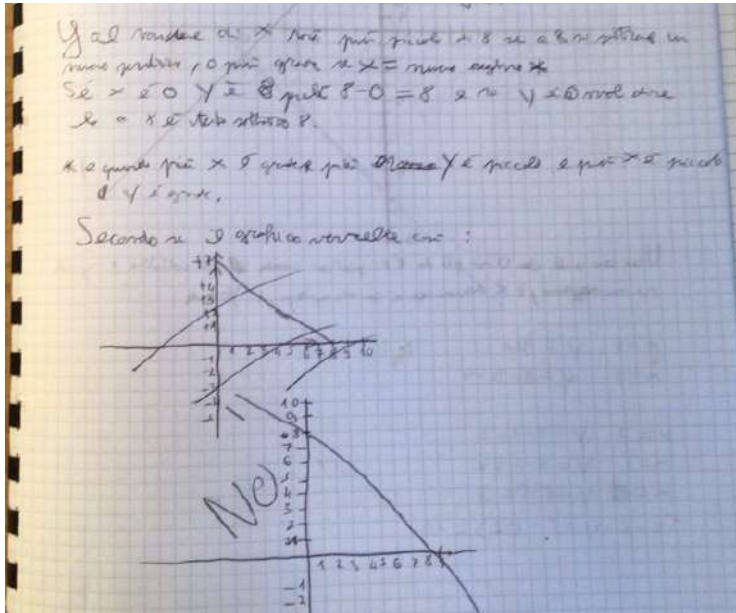
«Se  $x$  è positivo, più aumenta  $x$  e più diminuisce  $y$  e più  $x$  aumenta di poco,  $y$  diminuisce di poco. Secondo me con  $x$  positivo la linea che rappresenta il variare di  $y$  diminuisce sempre di più fino ad arrivare a 0. Partirà da 8 nell'ordinata fino ad arrivare a 0.

Se  $x$  è negativo più aumenta  $x$  e più aumenta  $y$ . La retta partirà lo stesso da 8 in ordinata solo che salirà verso l'alto.

Secondo me se in ascissa i valori sono in ordine, la linea crescerà regolarmente.»

«Andrea»

# Abbandoniamo la geometria.....per incontrare le funzioni



Federico

- Visione globale della variazione di  $y$  al variare di  $x$
- Il grafico è corretto, ma non lo convince.

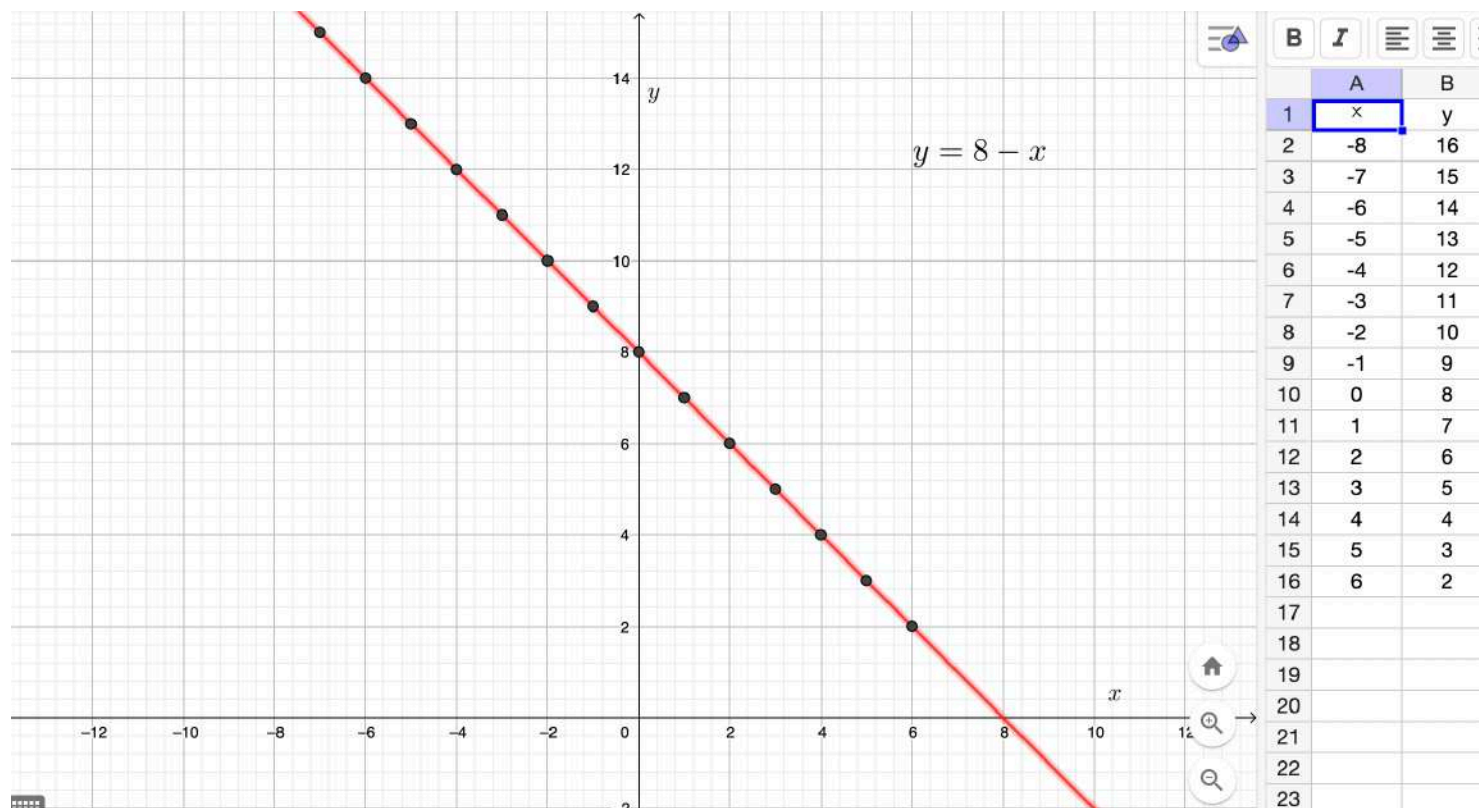
❖ Espressione algebrica come FUNZIONE



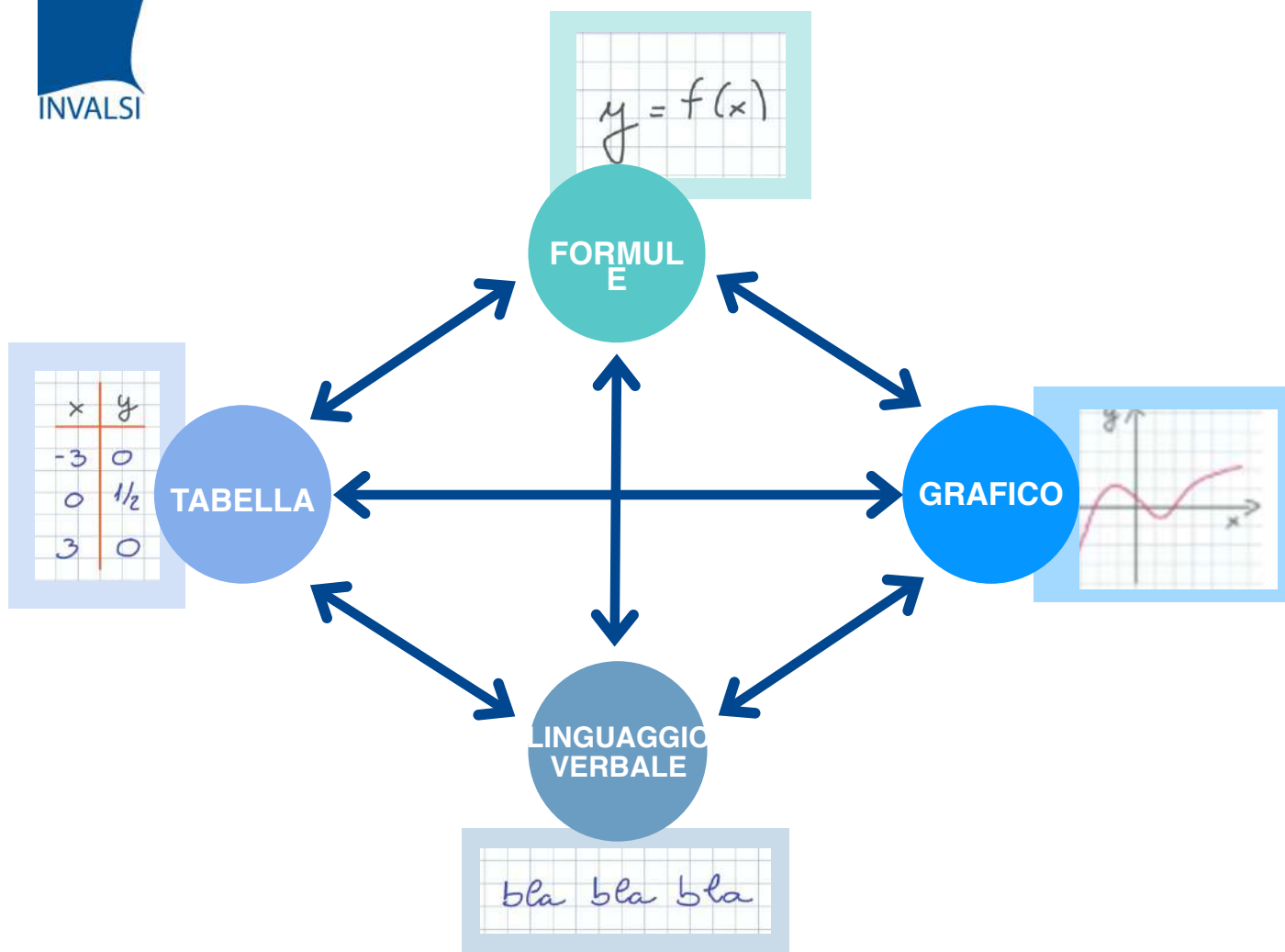
« $y$  al variare di  $x$  sarà più piccolo di 8 se a 8 si sottrae un numero positivo o più grande se  $x$  è un numero negativo e quindi più  $x$  è grande più  $y$  è piccolo e più  $x$  è piccolo  $y$  è grande. [Federico]

# Dalla formula alla tabella e al grafico

$$y = 8 - x$$



L'uso di un software di geometria dinamica rende il passaggio da un registro di rappresentazione all'altro molto più fluido.



- ❖ Coordinamento di registri di rappresentazione diversi: parole, tabelle, grafici e formule



Domanda INVALSI  
G10 D4\_2015

**D4.** Una sorgente di montagna alimenta continuamente un serbatoio con  $5 \text{ m}^3$  di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene  $100 \text{ m}^3$  di acqua e un villaggio inizia a prelevare  $7 \text{ m}^3$  di acqua alla settimana.

a. Completa la seguente tabella relativa al numero  $n$  di  $\text{m}^3$  di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero  $t$  di settimane a partire da oggi:

$t$ (settimane)	$n$ ( $\text{m}^3$ )
0	100
1	...
2	...
3	...
4	...

b. Scrivi un'espressione che rappresenti il numero  $n$  di  $\text{m}^3$  di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero  $t$  di settimane.

Risposta:  $n = \dots\dots\dots$

c. Dopo quante settimane il serbatoio sarà vuoto?

- A.  20 settimane
- B.  50 settimane
- C.  98 settimane
- D.  102 settimane

# Un problema da proporre in classe

Domanda

Domanda INVALSI  
G10 D4\_2015

D4. Una sorgente di montagna alimenta continuamente un serbatoio con 5 m<sup>3</sup> di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene 100 m<sup>3</sup> di acqua e un villaggio inizia a prelevare 7 m<sup>3</sup> di acqua alla settimana.

a. Completa la seguente tabella relativa al numero  $n$  di m<sup>3</sup> di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero  $t$  di settimane a partire da oggi:

$t$ (settimane)	$n$ (m <sup>3</sup> )
0	100
1	98
2	96
3	94
4	92

b. Scrivi un'espressione che rappresenti il numero  $n$  di m<sup>3</sup> di acqua contenuti nel serbatoio in funzione del numero  $t$  di settimane.

$$100-2t$$

Risposta:  $n = \dots\dots\dots$

c. Dopo quante settimane il serbatoio sarà vuoto?

- A.  20 settimane
- B.  50 settimane
- C.  98 settimane
- D.  102 settimane

- Sotto la guida dell'insegnante questa domanda rappresenta una situazione reale modellizzata da una funzione simile alla precedente.

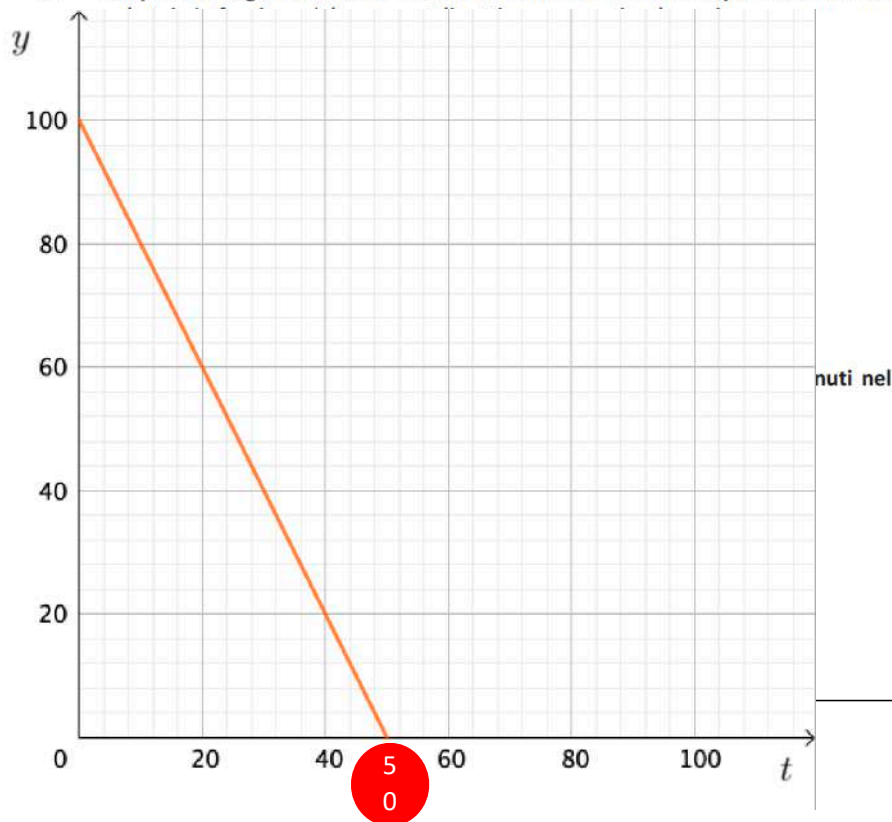
## Un problema da proporre in classe

Domanda

Domanda INVALSI  
G10 D4\_2015

D4. Una sorgente di montagna alimenta continuamente un serbatoio con  $5 \text{ m}^3$  di acqua ogni settimana. Oggi il serbatoio contiene  $100 \text{ m}^3$  di acqua e un villaggio inizia a prelevare  $7 \text{ m}^3$  di acqua alla settimana.

a. Completa la seguente tabella relativa al numero  $n$  di  $\text{m}^3$  di acqua contenuti nel



- Sotto la guida dell'insegnante questa domanda rappresenta una situazione reale modellizzata da una funzione simile alla precedente.
- Il grafico consente di visualizzare l'andamento della situazione.



## Un'altra situazione problematica

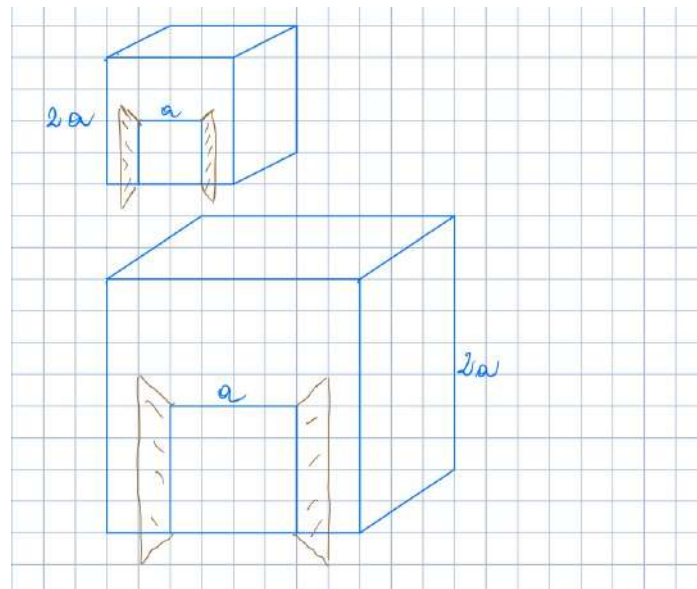
Basia

### Un nuovo problema

*Immagina una stanza a forma di cubo con una grande porta finestra quadrata. La misura dello spigolo della stanza è  $2a$  e la misura del lato della finestra è  $a$ .*

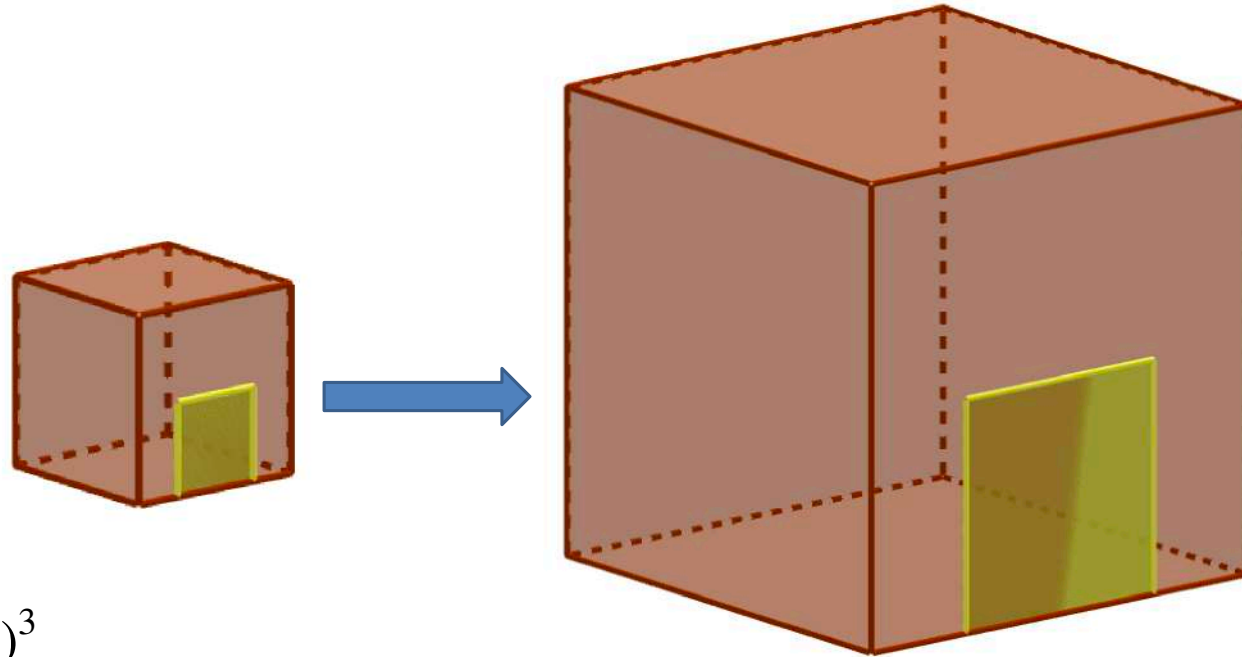
*Come variano il volume della stanza e l'area della finestra al variare di  $a$ ?*

*Come varia la luce all'interno della stanza?*



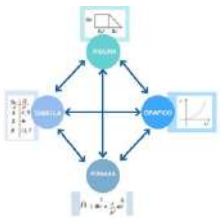
- Sotto la guida dell'insegnante questo problema rappresenta una applicazione delle attività svolte finora.
- **Domande guida:**
  - Trovare le formule che esprimono il volume della stanza e l'area della finestra.
  - Costruire tabella e grafici
  - Interpretarli in relazione alla luminosità della stanza

L'uso di un software di geometria dinamica consente visualizzare facilmente le variazioni



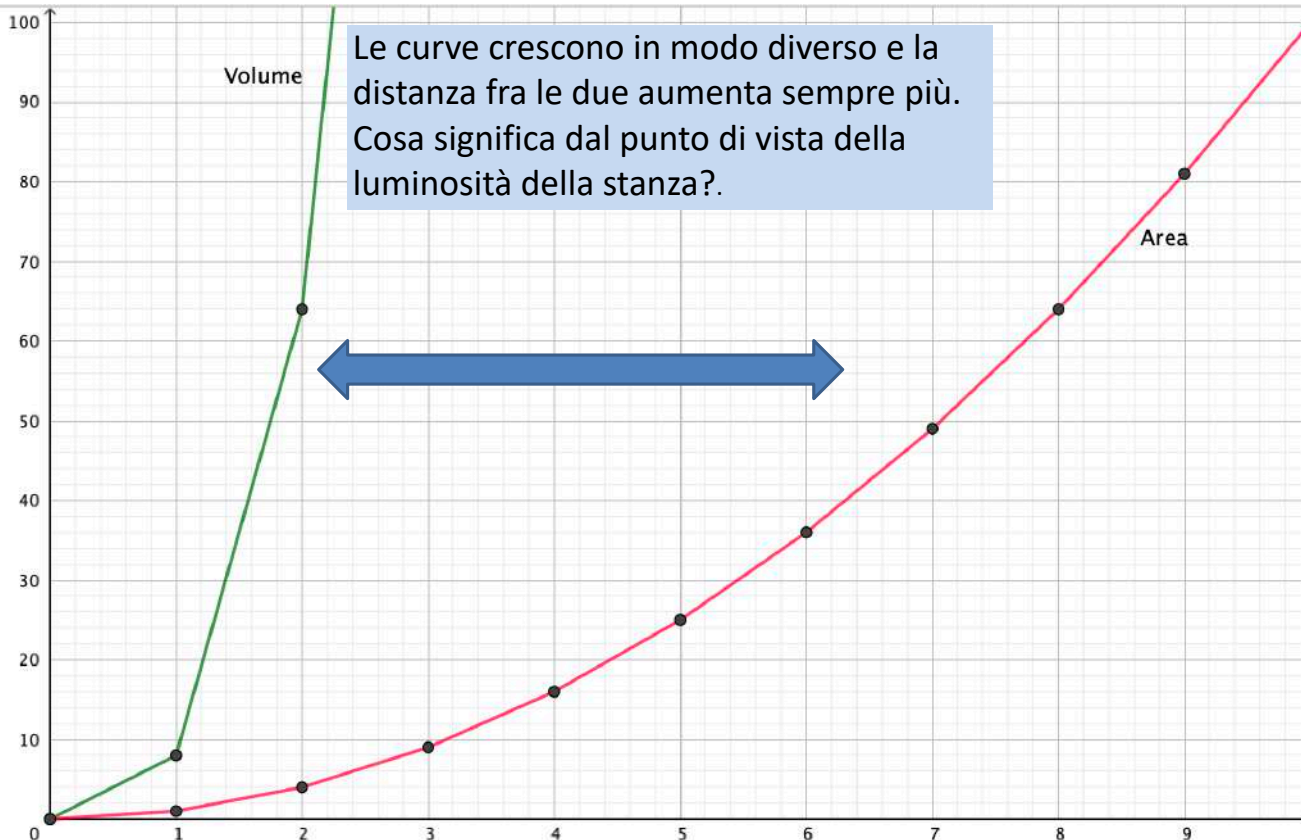
$$V = (2a)^3$$

$$A = a^2$$



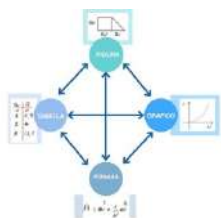
# La potenza del grafico e della tabella

Basia



	A	B	C	D
1	a	volume	area	Rapporto
2	0	0	0	
3	1	8	1	8
4	2	64	4	16
5	3	216	9	24
6	4	512	16	32
7	5	1000	25	40
8	6	1728	36	48
9	7	2744	49	56
10	8	4096	64	64
11	9	5832	81	72
12	10	8000	100	80
13	11	10648	121	88
14	12	13824	144	96
15	13	17576	169	104
16	14	21952	196	112
17	15	27000	225	120
18	16	32768	256	128
19	17	39304	289	136
20	18	46656	324	144
21	19	54872	361	152
22	20	64000	400	160
23	21	74088	441	168
24				

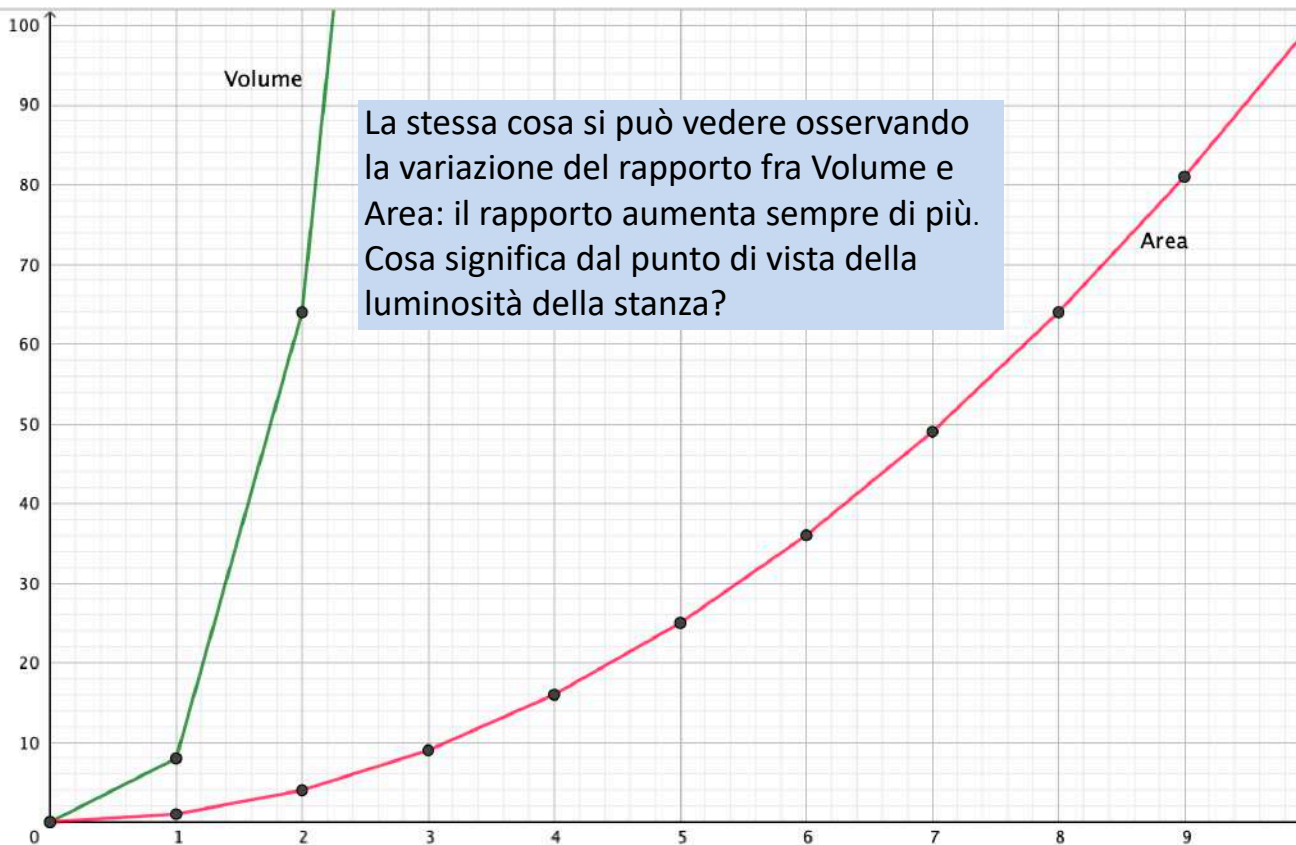
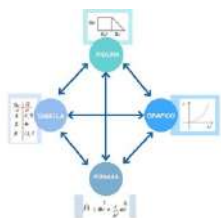
L'uso di un software di geometria dinamica consente visualizzare facilmente le variazioni



# La potenza del grafico e della tabella

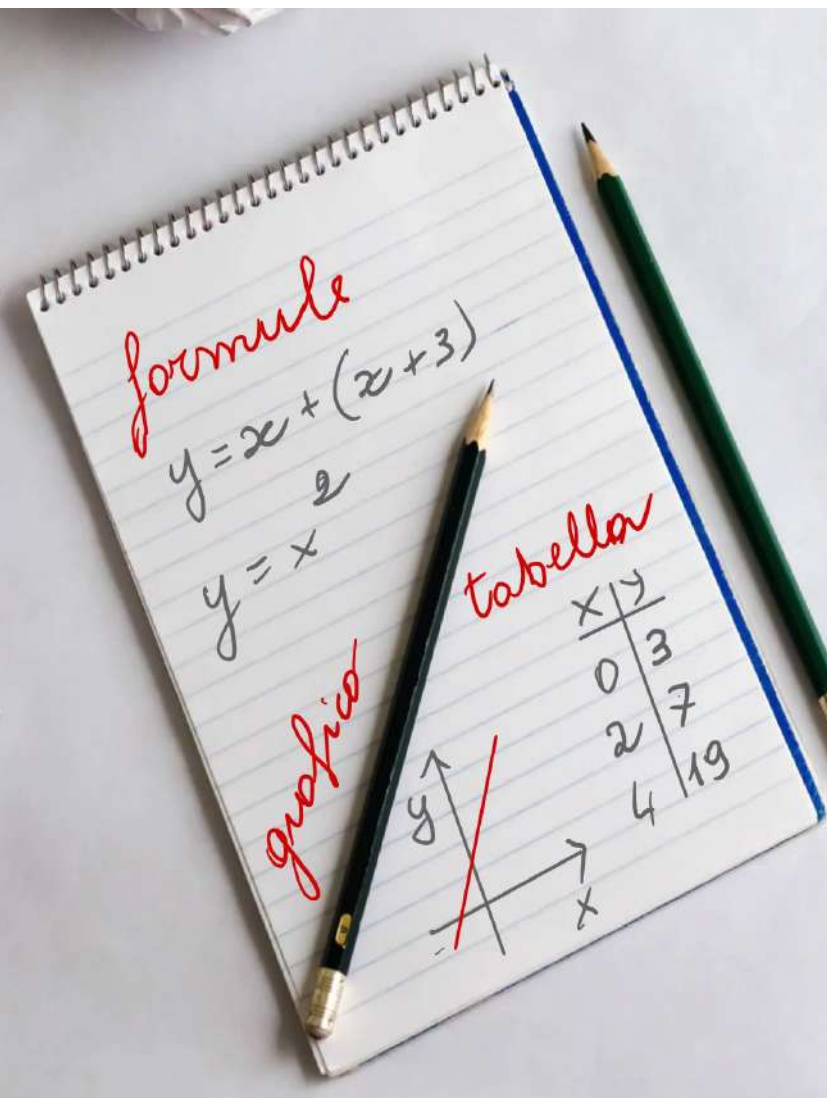
Basia

L'uso di un software di geometria dinamica consente visualizzare facilmente le variazioni



La stessa cosa si può vedere osservando la variazione del rapporto fra Volume e Area: il rapporto aumenta sempre di più. Cosa significa dal punto di vista della luminosità della stanza?

	A	B	C	D
1	a	volume	area	Rapporto
2	0	0	0	
3	1	8	1	8
4	2	64	4	16
5	3	216	9	24
6	4	512	16	32
7	5	1000	25	40
8	6	1728	36	48
9	7	2744	49	56
10	8	4096	64	64
11	9	5832	81	72
12	10	8000	100	80
13	11	10648	121	88
14	12	13824	144	96
15	13	17576	169	104
16	14	21952	196	112
17	15	27000	225	120
18	16	32768	256	128
19	17	39304	289	136
20	18	46656	324	144
21	19	54872	361	152
22	20	64000	400	160
23	21	74088	441	168
24				



# GRAZIE

Grazie a Valentina Barucci, Silvia Beltramino e Nicoletta Noli  
per i suggerimenti e le osservazioni