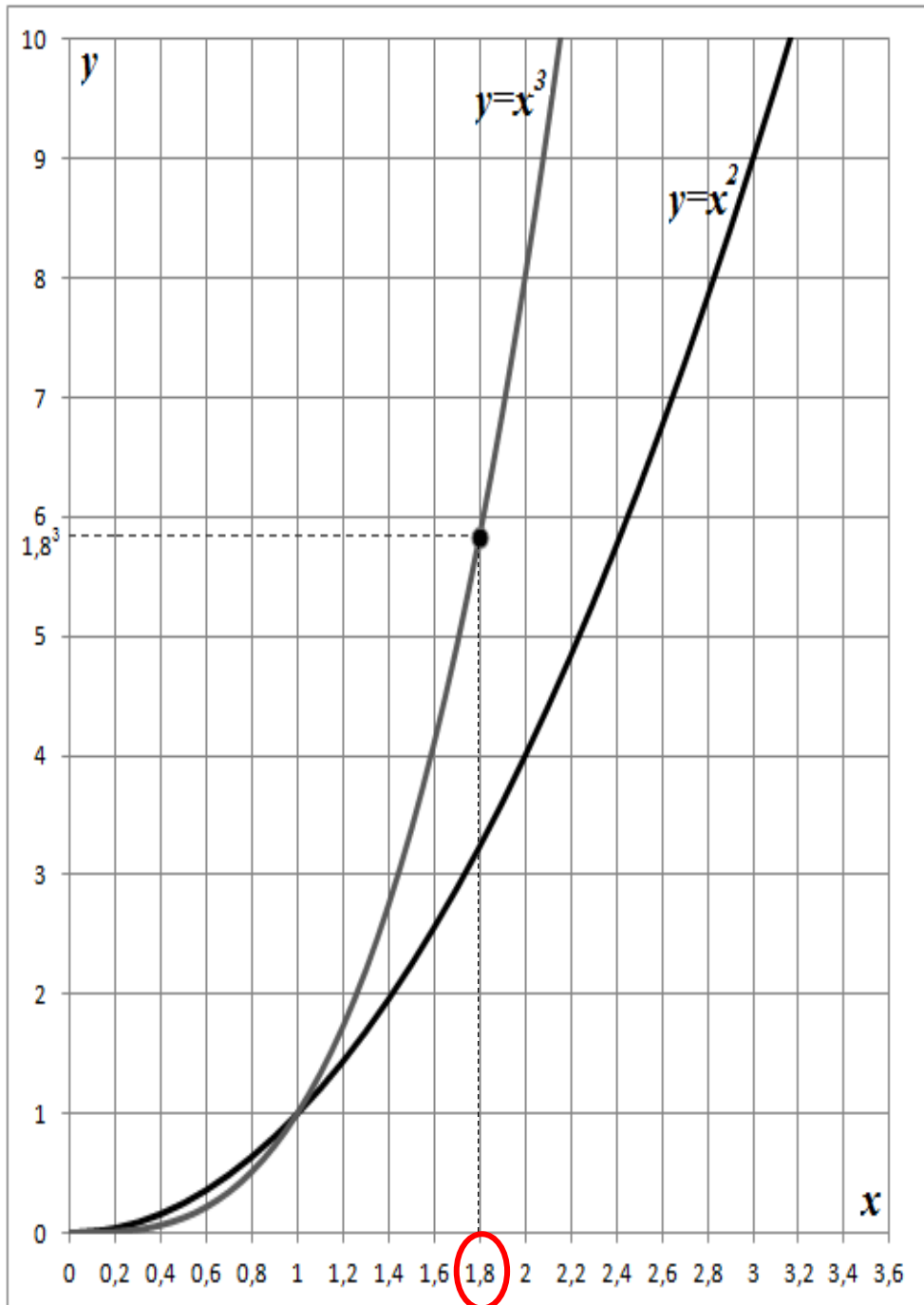




**DOMANDE RELAZIONI E FUNZIONI**

Per la risoluzione del seguente quesito, si sconsiglia l'uso della calcolatrice.

**D1.** Osserva la figura che mostra i grafici delle funzioni  $y = x^2$  e  $y = x^3$ .





Il grafico può essere utilizzato per stimare il risultato di alcune operazioni. Ad esempio, per conoscere all'incirca il risultato di  $1,8^3$ , basta considerare sull'asse  $x$  il numero 1,8 e trovare il numero corrispondente sull'asse  $y$  attraverso il grafico della funzione  $y=x^3$ . Il valore trovato sull'asse  $y$  è circa 5,8.

- a. Completa la tabella inserendo i risultati mancanti. La prima riga è già compilata come esempio.

	Operazione	Risultato
	$(1,8)^3$	circa 5,8
1.	$(1,6)^2$	circa .....
2.	$(1,6)^3$	circa .....
3.	$\sqrt{8}$	circa .....
4.	$\sqrt[3]{4}$	circa .....

- b. Facendo riferimento al grafico, inserisci al posto dei puntini una delle seguenti parole (simboli) in modo che l'affermazione sia vera.

maggiore (>), minore (<), uguale (=)

1. Se  $x = 0,67$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
2. Se  $x = 1$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
3. Se  $x = 1,86$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$
4. Se  $x = 0$  allora  $x^2$  è .....  $x^3$



**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

- Risposta corretta:** a.  $1,6^2$  = si accettano valori compresi tra 2,4 e 2,7  
 $1,6^3$  = si accettano valori compresi tra 3,9 e 4,2  
radice di 8 = si accettano valori compresi tra 2,7 e 2,9  
radice terza di 4 = si accettano valori compresi tra 1,5 e 1,7
- b. maggiore – uguale – minore - uguale

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** Risposta univoca

- Scopo della domanda:** a. Ricavare valori numerici utilizzando il grafico di due funzioni date  
b. Confrontare quadrati e cubi di dati numeri attraverso i due grafici

### Commento

Lo scopo della domanda non è quello di calcolare il risultato di potenze o radici, ma utilizzare un grafico per ricavare tali risultati, per questo motivo si chiede agli studenti di non utilizzare la calcolatrice. La domanda mostra i grafici di due funzioni,  $y = x^2$  e  $y = x^3$ , ed è costituita da due diversi item. Il primo item richiede di individuare il valore di un quadrato, di un cubo, di una radice quadrata e di una radice cubica leggendo in modo opportuno i grafici proposti. Il secondo di confrontare quadrati e cubi di diversi numeri, sempre servendosi dei grafici. Prima di rispondere, è necessario che gli studenti esplorino i due grafici per capire che cosa ciascuno di essi rappresenti.

La domanda è utile per lavorare con gli studenti sui concetti di potenza, di radice di un numero e sulle relazioni tra le stesse operazioni.



**D2.** La seguente formula permette di trovare la percentuale  $P$  di rifiuti da raccolta differenziata sul totale di rifiuti prodotti:

$$P = \frac{D}{R} \cdot 100$$

dove

- $D$  = quantità di rifiuti da raccolta differenziata
- $R$  = quantità totale di rifiuti prodotti

Quale tra le seguenti formule permette di trovare la quantità totale di rifiuti prodotti ( $R$ ) conoscendo  $D$  e  $P$ ?

A.   $R = \frac{P}{D} \cdot 100$

B.   $R = \frac{D}{P} \cdot 100$

C.   $R = \frac{D}{P \cdot 100}$

D.   $R = \frac{D \cdot P}{100}$

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** B

**Dimensione:** Conoscere

**Traguardo:** Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** Scelta multipla

**Scopo della domanda:** A partire da una formula in cui sono coinvolte tre variabili, trovare una formula inversa



### **Commento**

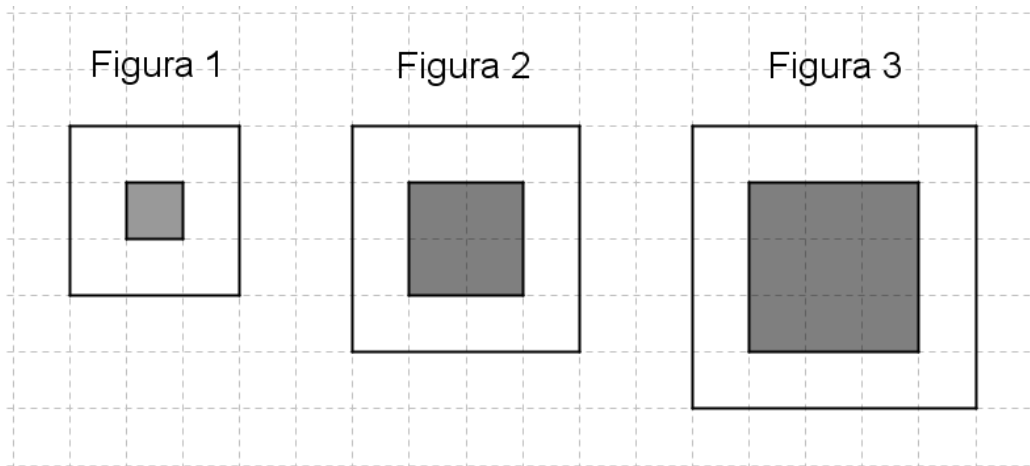
Questa domanda è utile per lavorare con gli studenti sulla manipolazione delle formule. Sembra una domanda facile, ma non si è rivelata tale agli studenti ai quali è stata somministrata. Infatti, solo il 23% degli studenti ha risposto in maniera corretta e quasi la metà degli studenti che hanno fornito una risposta errata (tra cui anche studenti di abilità alta) ha scelto l'opzione D.

Nella prassi didattica si utilizzano le formule per il calcolo di aree e perimetri, è importante però che non vengano utilizzate esclusivamente in modo algoritmico, ma che si rifletta con gli studenti sul fatto che tali formule rappresentano relazioni tra variabili, per esempio tra i lati di una figura e la sua area. Il docente dovrebbe anche sottolineare il passaggio da una formula alla sua inversa e viceversa. È importante lavorare con gli studenti sul fatto che manipolare una formula per trovare una data incognita equivale a risolvere un'equazione di primo grado applicando il primo e/o il secondo principio di equivalenza e dunque a trovare una variabile in funzione delle altre.

In relazione a questa domanda sono disponibili i video "Lettere e simboli" e "Dal linguaggio verbale al linguaggio simbolico" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.



**D3.** Queste sono le prime tre figure di una sequenza. Ogni figura della sequenza è sempre composta da un quadrato grigio circondato da una cornice di quadretti bianchi.



a. Nella figura 10 della sequenza il quadrato grigio è formato da 100 quadretti. Quanti sono i quadretti bianchi della sua cornice?

Risposta: ..... quadretti bianchi

b. Quale tra le seguenti formule esprime il numero dei quadretti bianchi  $B$  della cornice della Figura  $n$  della sequenza?

A.   $B = 4(n+1)$

B.   $B = 2(n+1)$

C.   $B = n^2 + 2$

D.   $B = n^2 + 4$

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Livello di difficoltà:** Difficile

**Risposta corretta:** a. 44

b. A



**Dimensione:** Risolvere problemi

**Traguardo:** a. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.

b. Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

**Formato:** a. Risposta univoca

b. Scelta multipla

**Scopo della domanda:** a. Riconoscere la regolarità in una sequenza di figure per individuare la figura in una data posizione

b. Esprimere la relazione tra due variabili in una sequenza di figure con una formula (tra un numero di quadretti di una figura e la posizione della figura)

### Commento

Tra gli obiettivi delle *Indicazioni Nazionali*, addirittura della V primaria, c'è il seguente: "Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure". Il primo item indaga proprio il raggiungimento o meno di questo obiettivo. Per rispondere correttamente è necessario mettere in relazione il numero della figura con il numero di quadretti grigi e con il numero di quadretti bianchi della sua cornice (l'utilizzo di "sempre" nella presentazione della sequenza richiama una regolarità per questa relazione). Il numero di quadretti grigi è uguale al quadrato del numero della figura (1 nella Figura 1, 4 nella Figura 2, 9 nella Figura 3, ecc.). Il numero di quadretti bianchi è uguale al numero della figura moltiplicato 4 volte a cui vanno sommati altri 4 quadretti, quelli negli angoli. Quindi, nel caso della Figura 10, il numero dei quadretti bianchi della cornice sarà uguale a  $10 \times 4 + 4$ .

Una volta compresa questa regolarità, il secondo quesito, che chiede di scrivere la formula per individuare il numero di quadretti bianchi della cornice della Figura  $n$ , esprime la stessa regolarità utilizzando i simboli  $n \times 4 + 4$  o  $4(n + 1)$ . Uno degli obiettivi per la III secondaria di I grado delle *Indicazioni Nazionali* è d'altra parte: "Interpretare, costruire e trasformare formule che contengono lettere per esprimere in forma generale relazioni e proprietà". Quindi, questa domanda è utile anche per comprendere l'utilità delle formule, e dell'algebra, come strumento per generalizzare.

In relazione a questa domanda sono disponibili i video "Lettere e simboli" e "Dal linguaggio verbale al linguaggio simbolico" sul sito Invalsi Open al seguente link: <https://www.invalsiopen.it/percorsi-strumenti-invalsi/matematica/video-formativi-matematica/>.